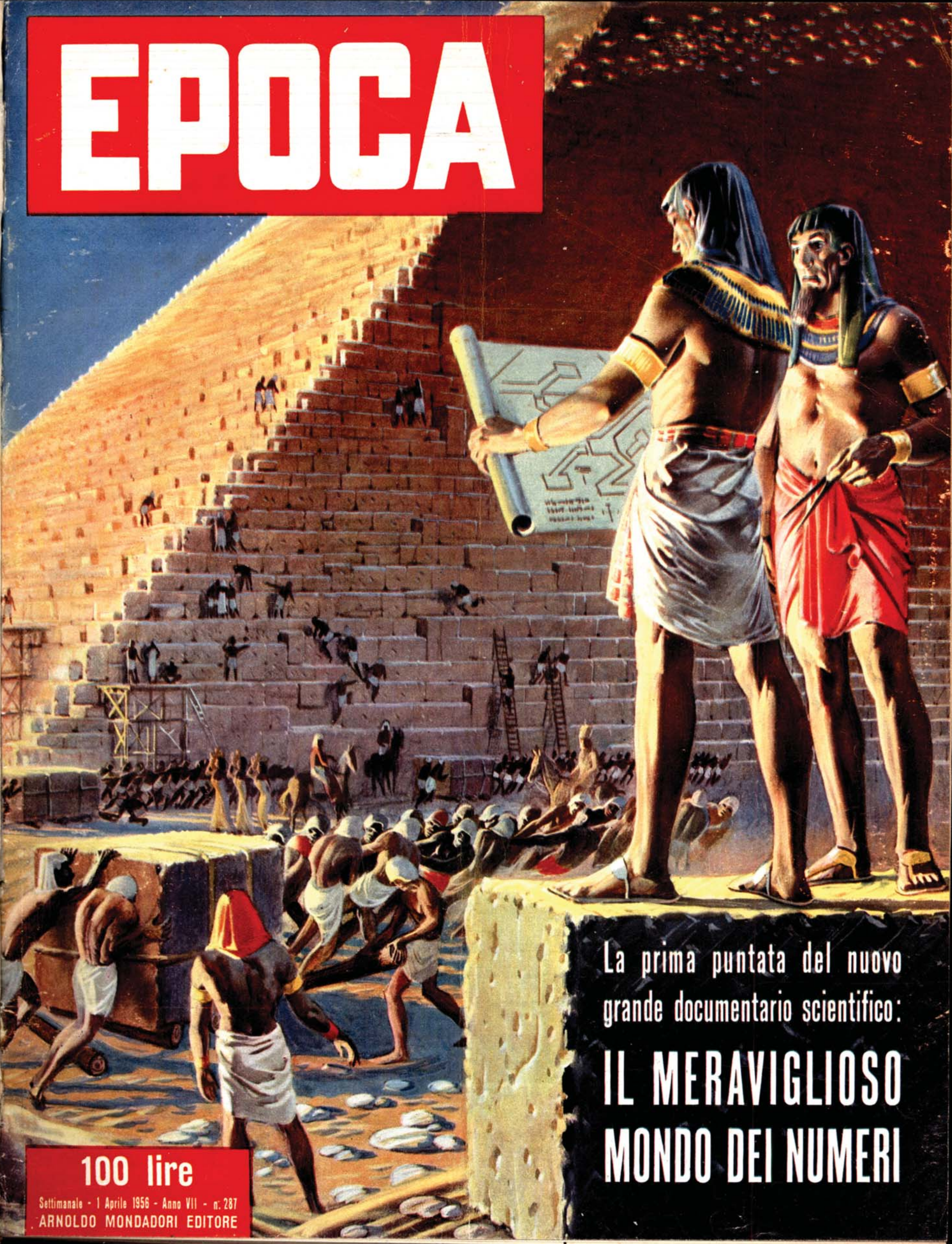


EPOCA



La prima puntata del nuovo
grande documentario scientifico:

IL MERAVIGLIOSO MONDO DEI NUMERI

100 lire

Settimanale - 1 Aprile 1956 - Anno VII - n. 287
ARNOLDO MONDADORI EDITORE

EPOCA

presenta

Il meraviglioso mondo dei numeri

di LANCELOT HOGBEN

Per gran parte della sua storia l'uomo non è riuscito a trovare un modo pratico e semplice di scrivere i numeri. Ci sono voluti lunghi millenni per effettuare una conquista che oggi a noi sembra molto semplice: un segno per indicare lo zero. Durante civiltà grandiose come l'egizia, l'assiro-babilonese, la greca, la romana, l'uomo è riuscito a innalzare monumenti maestosi come le piramidi, a creare poemi perfetti e magnifiche opere di scultura, a costruire strade e ponti in tutto il mondo conosciuto, ma non è stato capace di inventare un sistema numerico razionale. Gli antichi romani riuscirono a conquistare tutto ad eccezione dell'arte del calcolo. I numeri che hanno permesso di compiere rapidamente le operazioni aritmetiche, senza ricorrere all'abaco, ebbero origine nella valle del fiume Indo. La loro scoperta ha segnato una svolta nella storia dell'umanità, anche se per diffondersi essi hanno dovuto impiegare secoli e hanno trovato ostacoli d'ogni genere: a Firenze fu emanata una legge per proibirne l'uso ai banchieri. Questo documentario non è un trattato di matematica, ma una corsa all'indietro nella storia, *il romanzo dell'uomo alla conquista dei numeri e dello zero*. Esso illustrerà, soprattutto visivamente, i secoli d'evoluzione storica che ci sono voluti, attraverso civiltà come l'egizia, la fenicia, l'assiro-babilonese, per permettere a noi d'imparare a scuola una cosa così semplice com'è scrivere 0, 1, 2, 3. Le cinque puntate che compongono il documentario saranno pubblicate, interamente a colori, nelle pagine centrali di EPOCA in modo da permettere ai lettori di staccarle e rilegarle insieme, così da ottenere un bellissimo volume che andrà ad arricchire degnamente la loro biblioteca.



La Stella Polare rappresentò per gli antichi un sicuro punto d'orientamento: il sistema per individuarla consisteva nel saper riconoscere le sette stelle che le ruo-

tano intorno a forma di carro. La retta che congiunge le due stelle situate nella parte posteriore del carro punta esattamente nella direzione della Stella Polare.

Le stelle orientano l'uomo primitivo

Per questo mio daino, devi darmi tre delle tue punte di lancia. Fino a circa 25.000 anni fa questo discorso si faceva con le mani, indicando semplicemente il daino con un dito e con tre dita le punte di lancia. Questo modo primitivo di contare, in cui un dito significa un oggetto e tre dita significano tre oggetti, fu la sola aritmetica che quei nostri antenati conoscessero. Per migliaia di anni nessuno pensò a una quantità maggiore di tre se non come a un mucchio, a una pluralità indefinita.

Quegli antichi non avevano né città né villaggi. Erano nomadi che muovevano di luogo in luogo per cacciare animali, o raccogliere frutti, radici e grassi commestibili. I loro soli beni erano le pelli degli animali per proteggersi dal freddo della notte, poche armi per la caccia, rozzi recipienti per l'acqua e, forse, qualche amuleto, come una collana di denti d'orso o di conchiglie. Non gli occorreva aritmetica. Anche il loro semplice modo di contare con le dita veniva utilizzato soltanto nelle rare occasioni in cui cercavano di scambiare qualche oggetto con membri di altre tribù. Per quei cacciatori e raccoglitori di cibo, era molto più importante conoscere le stagioni e l'orientamento. La conoscenza delle stagioni poteva aiutarli a prevedere la maturazione dei frutti in qualche lontana foresta, e la conoscenza dell'orientamento a trovare la strada per arrivarci. Non avendo né calendario né carte geografiche, essi dovettero imparare queste cose con lentezza e fatica attraverso una lunga esperienza.



Molte costellazioni sembrano girare intorno a un punto fisso posto nel cielo settentrionale. Questo punto coincide con la Stella Polare, che sembra restare immobile e servì pertanto agli antichi cacciatori per riuscire a trovare il Nord.

Finché si spostavano in una regione conosciuta, potevano riconoscere la strada dalla posizione ben nota di colline, laghi e fiumi, ma quando la siccità e la fame li spingevano a cercare nuovi territori di caccia, avevano per guida soltanto il sole, la luna e le stelle.

Tribù che vivevano vicine al mare potevano aver notato che il sole sembrava uscire ogni mattina dalle onde e scendere ogni sera dietro qualche lontana linea di colline. Così erano in grado di trovare la via verso il mare camminando con il sole sorgente in faccia. Ma questa semplice nozione era una guida molto approssimativa a causa del mutare, di stagione in stagione, del punto in cui il sole sorge o tramonta. Le stelle offrivano invece un orientamento molto più degno di fiducia, ma ci vollero molti, molti anni perché gli uomini e le donne di quelle antiche tribù scoprissero il linguaggio delle stelle.

Possiamo immaginarci quegli uomini e quelle donne, dopo una giornata di caccia, seduti davanti alla loro capanna o alla loro caverna intenti a osservare il cielo stellato. Dopo un po' di tempo essi si accorsero che certi gruppi di stelle formavano disegni caratteristici che si potevano riconoscere di notte in notte. Queste costellazioni parevano tracciare nel cielo archi circolari, muovendosi lentamente come sfere di un gigantesco orologio. Molte costellazioni sembrano girare attorno a un punto fisso posto nel cielo settentrionale, che coincide con quella che oggi chiamiamo Stella Polare. Poiché questa stella sembra rimanere immobile, essa è una specie di guida. Se siamo capaci di riconoscerla fra le centinaia di altre stelle che palpitano nel cielo, essa ci indica il Nord. Il sistema per poterla trovare consiste nel riconoscere un gruppo di sette stelle che ricordano la forma di un carro. Questa costellazione ruota intorno alla Stella Polare. La retta che congiunge le due stelle che delimitano il carro, nella sua parte posteriore, punta direttamente sulla Stella Polare.

Il sole, la luna e le stelle non soltanto furono le prime pietre miliari dell'uomo, ma anche il primo orologio. Durante il giorno, l'antico cacciatore vivente a nord dei tropici poteva vedere le lunghe ombre del mattino indicare l'ovest, diventando via via più corte, fin che il sole raggiungeva il suo punto più alto nel cielo, a mezzogiorno, e poi di nuovo allungarsi, a poco a poco, con il calar del sole, puntando verso l'Est. Così, dalla lunghezza delle ombre, si poteva sapere all'incirca quel che noi diremmo « che ora è ». Vegliando per sorvegliare il fuoco, gli uomini antichi si accorsero che la luna, quando è piena, giunge al suo punto più alto nel cielo a metà della notte. Col tempo, gli osservatori più acuti impararono altresì a giudicare le ore notturne dalla posizione di certe costellazioni che ruotano intorno alla Stella Polare.

Per misurare periodi di tempo più lunghi, i nostri progenitori si affidarono probabilmente alla luna. Notte per notte osservarono come essa gradualmente si muti da disco d'argento in sottile falce per poi sparire del tutto. Dopo poche notti oscure, essa riappare come una falce e lentamente ritorna alla sua pienezza.

Poté capitare a una tribù affamata di piantar le tende proprio quando la luna piena stava sorgendo, vicino a un bosco, con alberi carichi di frutta verde e acerba. Forse, i più esperti suggerirono: non tocchiamo adesso questi frutti; aspettiamo che la luna diventi piena un'altra volta, allora la frutta sarà buona da raccogliere. La tribù poté così allontanarsi in cerca di altro cibo, con la sicurezza di poter tornare al momento giusto, senza bisogno di dover contare i giorni.

Il tempo scorre e contare i giorni o i mesi è ben diverso che contare i cervi uccisi o i denti di orso. I nostri progenitori verisimilmente risolsero il problema incidendo una tacca su un albero, su un bastone o su una pietra per segnare il passar di ciascun giorno: una tacca, un giorno; due tacche, due giorni; e così via. Col tempo si accorsero che passano sempre trenta giorni fra una luna piena e la seguente. Così essi marcarono con una tacca più grande il giorno in cui cadeva la luna piena. Dodici di questi grossi segni ammontavano a 360 giorni: un anno circa. Così si ebbe un primo approssimativo calendario lunare, che comprendeva le quattro stagioni.



A. GUERRA

"In cambio del tuo daino posso darti tre punte di lancia". I nostri più antichi antenati sapevano contare solo fino al numero tre, oltre il quale per essi non esisteva che il "mucchio".



Dopo molte migliaia di anni, una parte di questi antichi cacciatori si iniziarono lentamente a un nuovo modo di vita. Ritornando in un loro vecchio accampamento, si accorsero che i semi abbandonati durante la visita precedente erano germogliati in abbondanza. Da questa esperienza impararono a riporre una parte dei cereali per la seminagione. Con l'aiuto del loro costante compagno, il cane, cominciarono anche a custodire mandrie di pecore, capre e bovini entro gole in cui era facile tenerli chiusi per poterli uccidere quando si aveva bisogno di carne. Invece di cercare erbe selvagge e frutti essi seminarono e raccolsero le loro messi. Ciò divennero pastori e contadini. Quando si stabilirono in villaggi, sempre più raccolsero beni che potevano considerare propri: zappe e vanghe, campi e palizzate, messi e armenti. Essi sentirono il bisogno di tenere nota dei loro possedimenti. Il più vecchio sistema di registrazione fu il sistema delle tacche già usato da coloro che tenevano il calendario: un segno per una cosa, due segni per due cose, e così via. Questo modo di contare durò a lungo. Nel Nuovo Mondo, gli Incas del Perù usarono fare nodi in una corda per segnare ogni covone di grano raccolto e nel Vecchio Mondo vi sono ancora pastori che contano il loro gregge incidendo segni su un bastone.

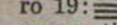


Diventati contadini, essi dovettero imparare a predire accuratamente il tempo della nascita degli agnelli e dei vitelli, e il momento della seminagione e del raccolto. Il rozzo calendario lunare del cacciatore non era più sufficiente e nemmeno il suo modo di segnare i numeri.


Il contadino che usa il calendario lunare di 360 giorni per predire le stagioni, commette un errore di cinque giorni dopo il primo anno, di dieci dopo il secondo, e così via. Perciò, quegli uomini avveduti che furono capaci di creare un calendario solare preciso, assunsero speciale importanza. I contadini li provvedevano volentieri di cibo affinché essi potessero dedicare il loro tempo a predire le stagioni. Col passare del tempo gli specialisti del calendario divennero una classe dominante.

Il più sovente essi erano anche sacerdoti che offrivano sacrifici per placare gli dei della siccità e della tempesta o per ringraziare quelli delle messi e dell'abbondanza. Benché così essi mischiassero la magia alla preparazione del calendario, pure lavorarono con sorprendente maestria. Giorno per giorno notarono come la posizione da cui sorge il sole cambi lungo le stagioni; notte per notte segnarono quali costellazioni brillano nel cielo occidentale quando il sole è appena tramontato. In seguito misurarono la lunghezza dell'anno con un errore di una o due ore. Senza segni scritti non avrebbero mai potuto ricordare tutto ciò che l'accurato lavoro veniva loro insegnando.

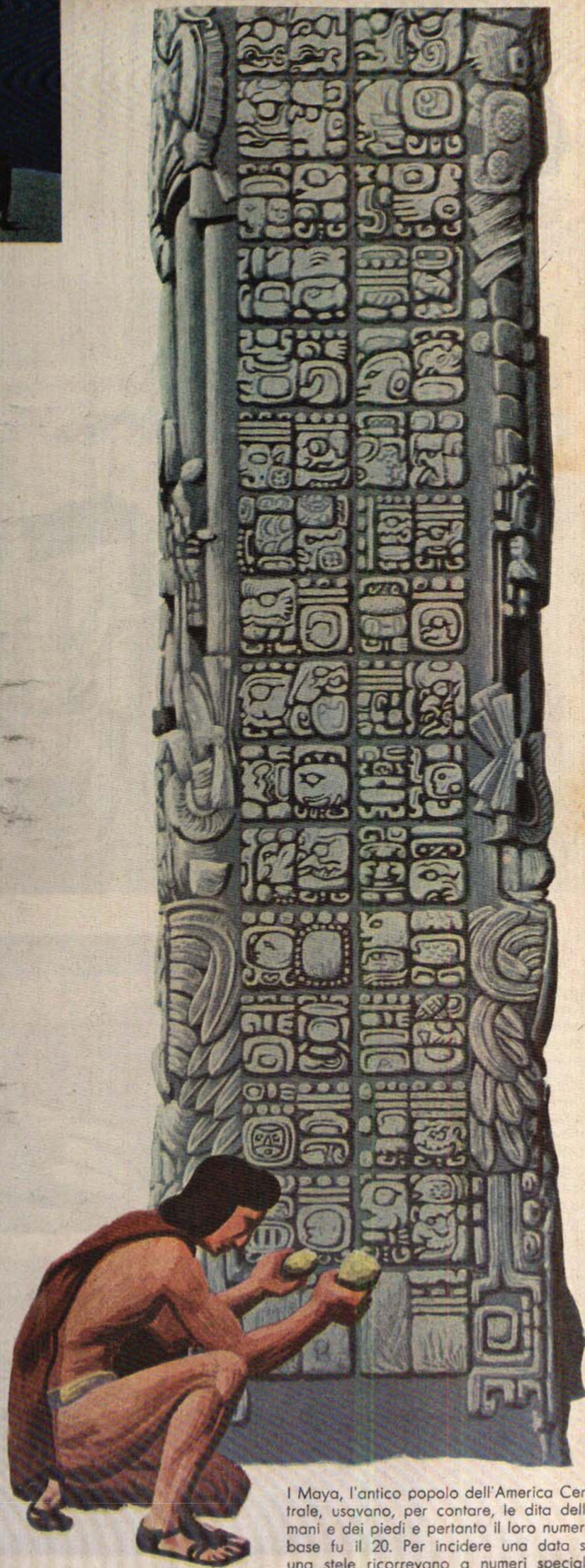
Le più antiche scritture di numeri che conosciamo vennero usate in Egitto e Mesopotamia circa cinquemila anni fa. Benché queste due regioni siano lontane, in ambedue il sistema della numerazione sembra abbia una stessa origine, sia derivato cioè dalle tacche usate per segnare il passare dei giorni. I sacerdoti egizi scrivevano sul papiro, quelli della Mesopotamia su argilla molle. Perciò la forma dei loro numeri è diversa, ma ambedue usano semplici tratti per le unità e segni differenti per le decine e i numeri più alti. Ambedue costruiscono i numeri che vogliono indicare, ripetendo i segni fin quando è necessario.

Tremila anni più tardi, i Romani usarono ancora i tratti per i numeri da uno a quattro, ma usarono nuovi segni, in forma di lettere dell'alfabeto per le cinque, le decine, le cinquantine e così via. Quasi nella stessa epoca, i Cinesi usavano differenti segni per ogni numero inferiore a dieci, ma adoperavano ancora dei tratti per indicare i primi tre numeri.

Il più notevole fra tutti gli antichi sistemi di numerazione è quello usato dai Maya dell'America Centrale. Completamente tagliato fuori dalla civiltà del Vecchio Mondo, questo popolo riuscì a scrivere ogni numero per mezzo di tre soli segni: un punto, un tratto e una specie di ovale. Con i punti e i tratti potevano scrivere qualsiasi numero tra uno e diciannove: i punti indicavano le unità, i tratti le cinque. Ed ecco come scrivevano il numero 19: . Aggiungendo un ovale sotto ogni numero lo moltiplicavano per venti. In questo modo risultava che  era uguale a 1 e  era uguale a 20.

Aggiungendo un nuovo ovale lo moltiplicavano di nuovo per venti. Nel computo del tempo, però, essi mutavano sistema: aggiungendo un secondo ovale moltiplicavano il numero per diciotto invece che per venti, così che  non significava quattrocento ($1 \times 20 \times 20$) ma 360, e cioè ($1 \times 20 \times 18$). Se noi ricordiamo il calendario lunare di 360 giorni possiamo capire la ragione di quest'uso.

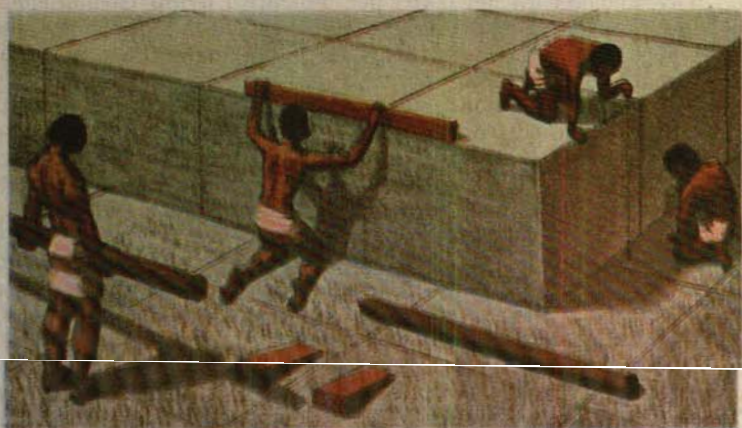
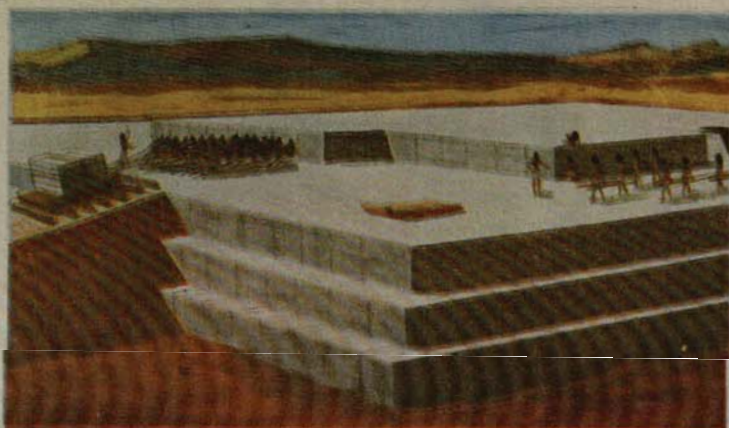
Più tardi i Maya usarono un calendario solare di 365 giorni. Per la registrazione delle date, scolpirono colonne di pietra chiamate stele, usando numeri speciali, in forma di visi umani.

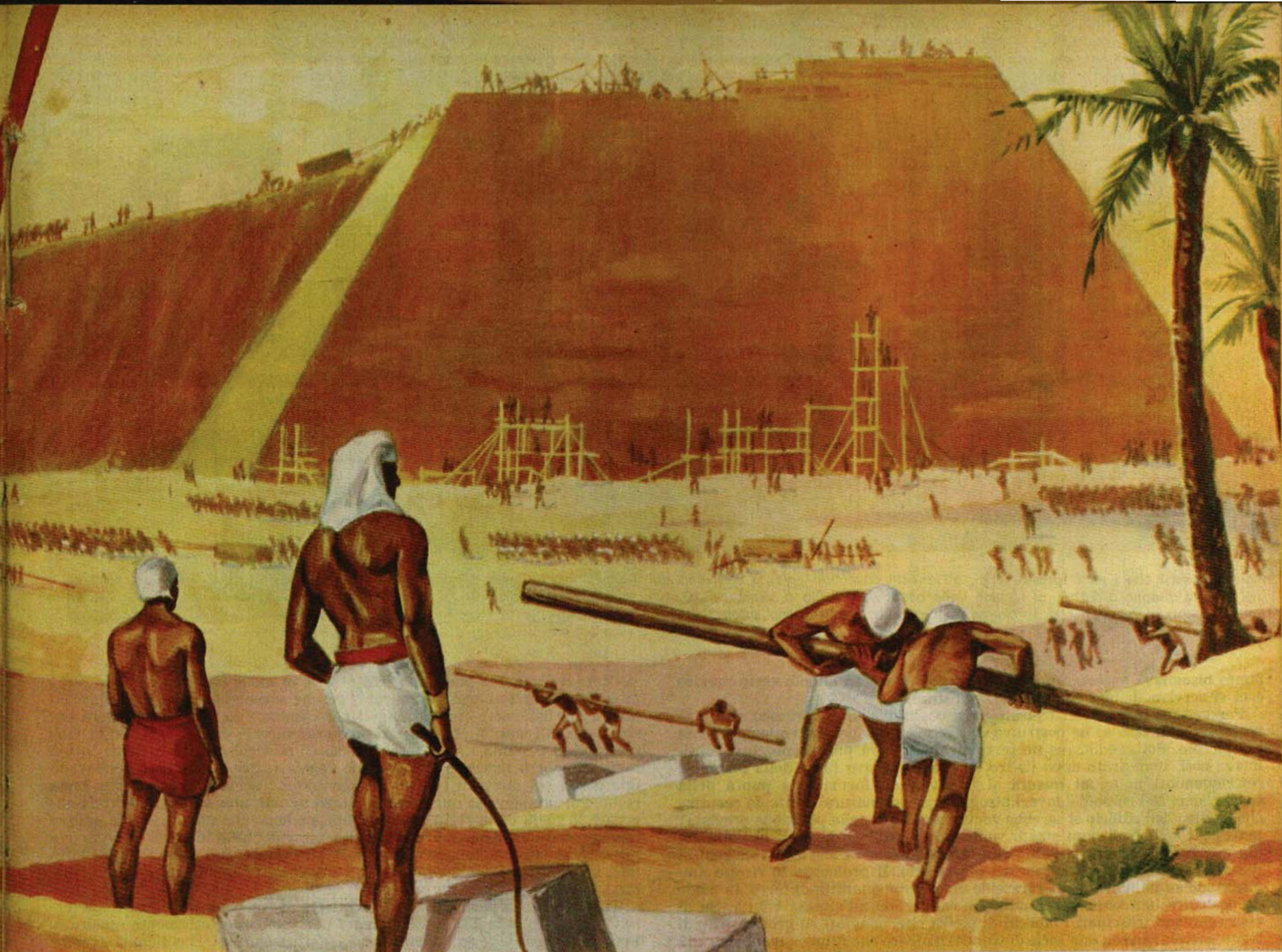


I Maya, l'antico popolo dell'America Centrale, usavano, per contare, le dita delle mani e dei piedi e pertanto il loro numero base fu il 20. Per incidere una data su una stele ricorrevano a numeri speciali.



Gli Egizi, costruttori dei più imponenti monumenti dell'antichità, le piramidi, dovettero risolvere innumerevoli problemi pratici e si rivelarono grandi architetti. Dapprima disegnavano in scala la pianta della costruzione su una tavoletta d'argilla (primo disegno qui a fianco), poi trascinavano gli immensi blocchi di pietra dai monti dell'Arabia fino al Nilo e li squadravano (secondo disegno) con pezzi di silice. La piramide si costruiva sovrapponendo diversi strati di blocchi, sempre più piccoli (terzo disegno). Gli spigoli di ogni strato dovevano essere controllati di volta in volta (quarto disegno) col filo a piombo, in modo da dare alla costruzione un perfetto equilibrio.





I segreti dei sacerdoti egizi

I sacerdoti furono gli uomini più potenti dell'antico Egitto. Spettava a loro stabilire i giorni sacri, dedicati alla celebrazione della luna piena o del sole al solstizio d'estate, e decidere le date per il sacrificio degli animali alle costellazioni e per le offerte agli dei del fiume. Furono loro a dirigere la costruzione dei grandi templi, di cui si servirono anche come osservatori astronomici, e delle possenti piramidi, che fecero da tombe ai faraoni.

Per erigere questi magnifici monumenti, gli antichi egizi dovettero preparare e disegnare i progetti necessari e si trovarono di fronte a numerosi problemi nuovi, poiché bisognava squadrare enormi blocchi di pietra, provvedere al loro trasporto e sistamarli nella posizione opportuna. La necessità di superare simili difficoltà portò gli architetti delle piramidi ad affettuare numerose scoperte pratiche nell'arte della misurazione o, come noi diciamo oggi, della geometria.

I primi progetti, che precorsero le odierne piante architettoniche, probabilmente non furono altro che semplici diagrammi tracciati sull'argilla per presentare il modello della costruzione finita. Coloro che eseguirono questi schizzi s'erano resi conto che un modello e una costruzione, pur differendo nella grandezza, possono avere la stessa forma ed essere soggetti alle stesse regole.

Una volta portato a termine il progetto, entravano in azione gli uomini con le zappe che livellavano il terreno destinato alla costruzione. Poi cominciava il lavoro dei muratori. A quei tempi non esistevano veicoli con ruote e non c'erano buone strade. I pesanti materiali da costruzione, che per la maggior parte erano costituiti da enormi blocchi di pietra di parecchie tonnellate, venivano trasportati con le barche lungo il fiume Nilo, almeno finché era possibile. Poi bisognava squadrare ogni blocco: prima lo si sbazzava con pezzi di silice, poi si livellavano le superfici con scalpelli di metallo e con mazze di legno a forma di campane. Infine l'intero blocco veniva levigato con una lastra di pietra che funzionava da pialla. A questo

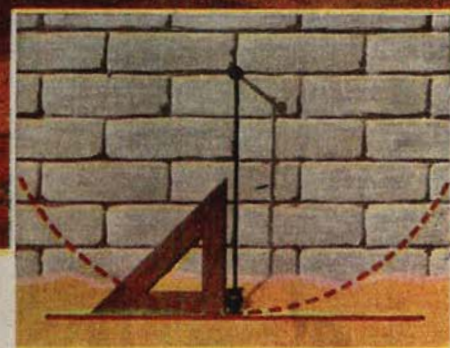
⋈ ⋈ ⋈ ⋈ ⋈ ⋈
⋈ ⋈ ⋈ ⋈ ⋈ ⋈

Lo scriba egizio aveva bisogno di molto spazio per scrivere i numeri: 1492 si scriveva con un segno mille, quattro segni cento, nove segni dieci e un due.





Per assicurarsi che i muri fossero dritti, gli antichi costruttori egizi si servivano del filo a piombo. Come è indicato nel piccolo disegno a destra, al termine delle oscillazioni il filo a piombo si dispone in senso perpendicolare al terreno, rispetto al quale perciò forma un angolo retto. L'antichissimo sistema è in uso ancor oggi presso i costruttori.

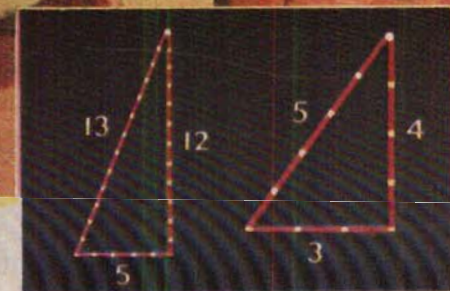


punto bisognava accertarsi che ogni spigolo fosse ad angolo retto preciso e ci si serviva di una squadra da muratore.

Per gettare la base della piramide si costituiva un gigantesco strato di blocchi. Su di esso se ne costruiva un secondo, dal perimetro leggermente più piccolo. Poi si edificava un terzo strato, ancora più piccolo, e si continuava così, uno strato dopo l'altro, finché le quattro facce della piramide restringendosi in ugual misura si riunivano a formare la punta della costruzione. Nel corso dei lavori bisognava avere, naturalmente, la certezza che la cima dell'edificio si sarebbe venuta a trovare nella posizione prevista: perciò gli spigoli di ogni strato venivano controllati di volta in volta col filo a piombo. A mano a mano che la costruzione si elevava, i blocchi di pietra dovevano essere trasportati più in alto. Il problema fu risolto ammassando su un fianco della piramide un'enorme quantità di terra, in modo da costruire una strada inclinata che saliva fino all'altezza voluta. Su di essa venivano trascinati i blocchi di pietra che, adagiati su grosse slitte di legno, scivolavano su una serie di tronchi d'albero che funzionavano da rulli.

Forse il problema più difficile fu di fare in modo che la base della piramide fosse perfettamente quadrata, perché sarebbe bastato il più piccolo errore nel fissarne i quattro angoli per cambiare la forma dell'intera costruzione. Gli uomini che edificarono questi superbi monumenti non ci hanno lasciato nessuna documentazione su come risolsero il problema, ma è facile supporre in che modo si siano regolati. Per prima cosa tendevano una corda tra due pali confitti nel terreno e tracciavano una lunga linea retta. Poi prendevano due pezzi di spago uguali, abbastanza lunghi da superare la metà della retta già tracciata, ne legavano uno a ciascun palo e, tenendoli tesi, disegnavano due archi di cerchio che si intersecavano in due punti. Bastava congiungere questi due punti mediante una retta per ottenere una linea che tagliava in due, ad angolo retto, quella ch'era stata tracciata in precedenza da un palo all'altro.

Questo sistema permetteva all'architetto di tracciare angoli retti sul terreno e di dare quindi alle fondamenta una forma perfettamente quadrata. Però non bastava: era anche necessario assicurarsi che i muri fossero

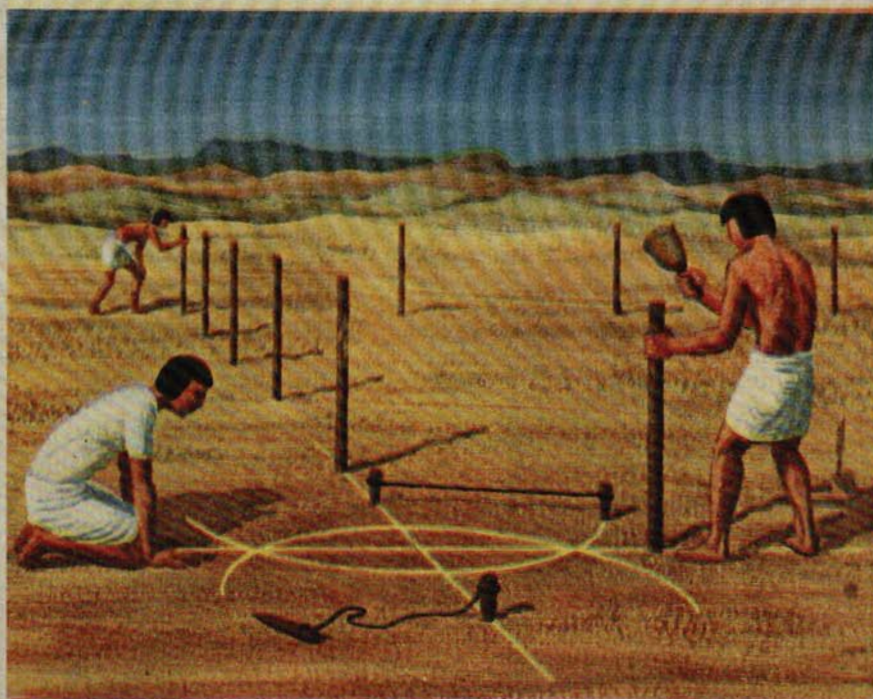


Gli Egizi si servivano anche della squadra. Ma per poterla adoperare, avevano dovuto prima costruirla, trovando il modo di disegnare un angolo retto. La scoperta fu dovuta probabilmente agli annodatori di corde, i quali s'accorsero che disponendo a forma di triangolo tre corde di 3, 4 e 5 lunghezze o di 5, 12 e 13 lunghezze si otteneva un triangolo rettangolo.

diritti e quindi bisognava saper tracciare angoli retti verticalmente. A questo scopo i costruttori egizi si servivano del filo a piombo, secondo un sistema che è in uso ancora oggi. Se lo si lascia sospeso dall'alto di un muro, il filo a piombo oscilla per un po', tracciando un arco di cerchio, e poi si ferma perpendicolarmente al terreno, rispetto al quale forma un angolo retto. Se il muro è perfettamente parallelo al filo vuol dire che è diritto.

La maniera più semplice per disegnare un angolo retto è di adoperare la squadra e gli Egizi infatti se ne servivano. Però l'avevano dovuta prima costruire, cioè avevano dovuto disegnare un triangolo rettangolo. Gli autori di questa scoperta resteranno sconosciuti per sempre. Probabilmente furono gli annodatori di corde, ossia quegli artigiani il cui lavoro consisteva nel fare nodi a intervalli regolari sulle corde che servivano a misurare le lunghezze. Costoro si accorsero, a un certo punto, che disponendo a forma di triangolo le corde di una determinata lunghezza ottenevano sempre un angolo retto dalla parte opposta del lato più lungo del triangolo. Di quale lunghezza erano le corde con le quali si poteva raggiungere un simile risultato? Tra un nodo e l'altro della corda c'erano spazi uguali. Bastava prenderne una con dodici spazi e disporla in modo da formare un triangolo con 3 spazi su un lato, 4 spazi dall'altro e 5 sul terzo per avere immancabilmente un triangolo rettangolo. Una seconda combinazione dava lo stesso risultato: 5 spazi su un lato, 12 sul secondo e 13 sul terzo. Non restava che tagliare tre pezzi di legno di queste lunghezze e congiungerli, in modo da formare un triangolo: così s'era ottenuta la squadra.

Per questi ingegnosi costruttori di templi e di piramidi i sistemi di mi-

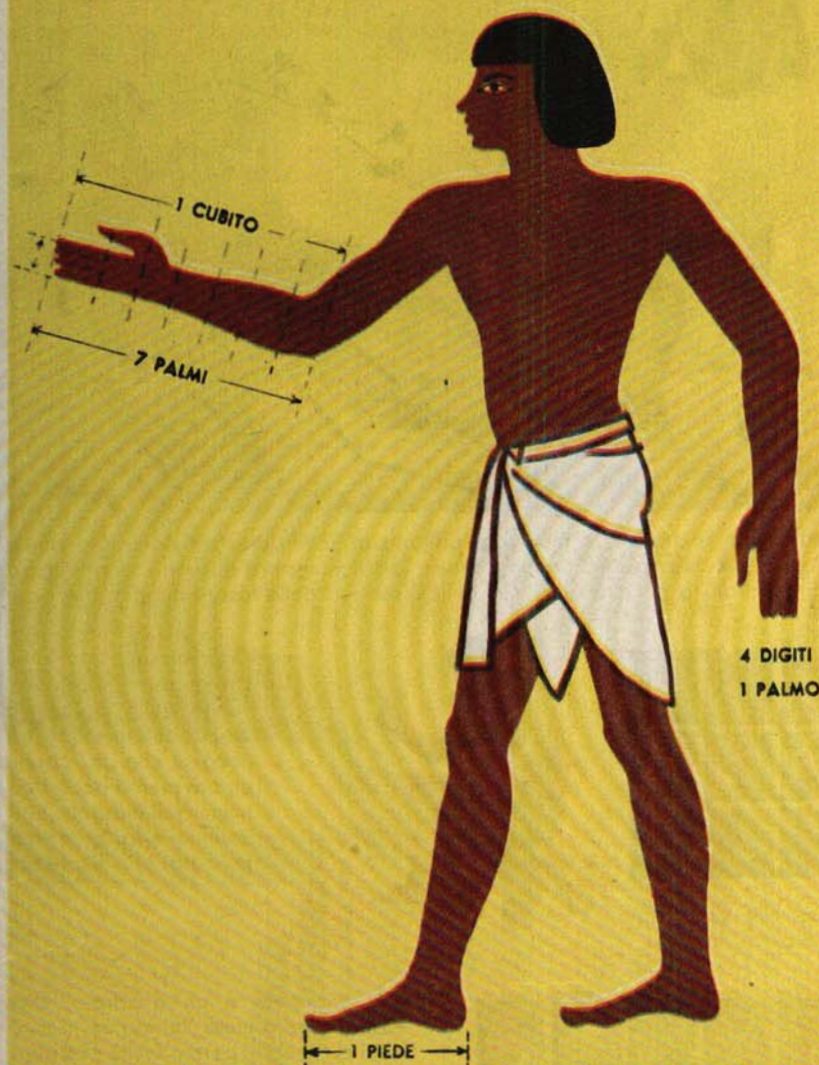


La base della piramide doveva avere tutti gli angoli retti: bastava un piccolo errore per alterare l'aspetto dell'intera costruzione. Gli Egizi dovettero perciò risolvere il problema di tracciare una perpendicolare a una retta già data. A questo scopo escogitarono il sistema dei due archi di cerchio uguali intersecantisi.

sura adoperati dai loro progenitori erano troppo rozzi. Il contadino che aveva intenzione di costruirsi una capanna di pietra o di legno poteva dire: la mia capanna sarà lunga sei passi e larga quattro; il tetto lo farò di una spanna più alto della mia testa. L'architetto di un tempio non poteva certo esprimersi allo stesso modo e dare le istruzioni in passi e spanne, tanto più che ogni operaio avrebbe misurato i passi in modo diverso. Per effettuare costruzioni su grande scala si rendevano quindi necessarie unità di misura uniformi. In un primo tempo esse furono calcolate in base alle proporzioni del corpo di un uomo, che in genere era il re. Si ottennero così delle misure *standard* che vennero fissate su righe di legno o di metallo, che rappresentarono i primi regoli.

In Egitto la misura di lunghezza più comune era il cùbito, di cui si parla spesso anche nella Bibbia e che era dato dalla lunghezza dell'avambraccio di un uomo, dal gomito alla punta del dito medio. Vi erano anche misure più piccole: il palmo, che era la settima parte di un cùbito, e il dito, che era la quarta parte di un palmo.

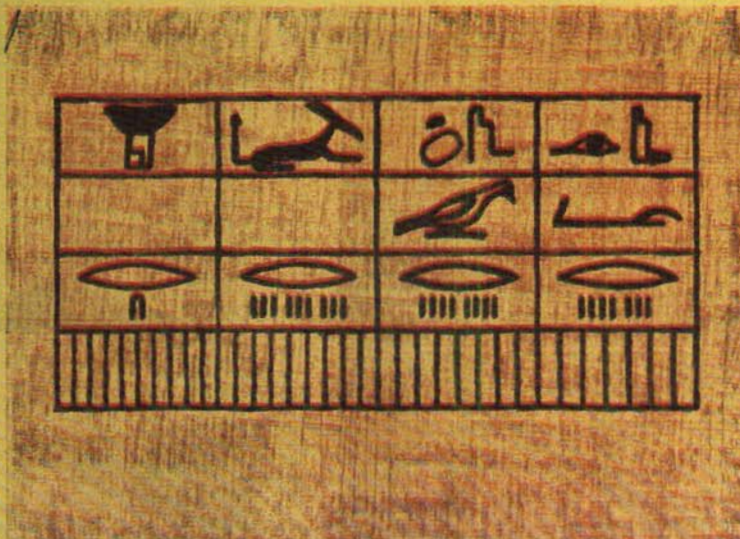
Queste unità di misura molto piccole erano di grande utilità per gli Egizi, che trovavano difficile l'uso delle frazioni. A noi, oggi, riesce semplice immaginare frazioni come tre quinti oppure nove decimi. Per un egizio, invece, questi sarebbero stati concetti troppo complessi: la frazione doveva essere presentata alla sua mente come un'unica parte di qualcosa. Per lui








Le antiche unità di misura si riferivano alle proporzioni del corpo umano, ed erano quindi approssimative. Il cùbito, di cui spesso si parla anche nella Bibbia, equivaleva alla lunghezza dell'avambraccio, dal gomito alla punta del dito medio. Il palmo era la settima parte del cubito.



Qui sopra è riprodotto un regolo egizio con i segni per le frazioni. Oggi a noi riesce semplice immaginare frazioni come tre quinti o quattro settimi. Per gli Egizi concetti del genere sarebbero stati troppo complessi. Essi dovevano concepire la frazione come un'unica parte di qualcosa.



Il segno per indicare l'espressione «una parte di» era . Nel Museo Egizio di Torino si conserva questo frammento nel quale sono chiaramente leggibili le frazioni 1/10 () 1/9 () 1/8 () e 1/7 (). Si tratta cioè sempre di una sola parte di un tutto.



Il compito di riscuotere le tasse era affidato ai sacerdoti. Essi dovevano perciò procedere alla misurazione dei vari campi, che non sempre avevano forma regolare, di quadrato o di rettangolo. Gli antichi esattori delle tasse non si arresero per

questo: s'accorsero che qualsiasi campo, purché abbia i lati retti, può essere scomposto in tanti triangoli, qualsiasi forma abbia. Trovato il modo di calcolare l'area del triangolo, i sacerdoti poterono fissare tasse secondo l'ampiezza del campo.



3 piastrelle su un lato,
3 sull'altro: in tutto 9.



La prima idea per la misurazione delle aree venne dalla pavimentazione dei templi. Ci si accorse che per coprire un pavimento occorre un numero di piastrelle equivalente alla base moltiplicata per l'altezza.



5 piastrelle su un lato,
3 sull'altro: in tutto 15.

Un rettangolo e un quadrato, divisi esattamente a metà, danno un triangolo, la cui area fu perciò facile calcolare.



era molto difficile pensare tre settimi di un cùbito; invece tre palmi erano un concetto semplicissimo.

A prima vista queste antiche unità di misura possono sembrarci strane, ma in realtà non lo erano più delle misure attualmente in vigore. Gli inglesi e gli americani d'oggi misurano l'altezza in piedi e, per non dover adoperare la frazione « sette dodicesimi di piede », ricorrono all'espressione molto più elementare di « sette pollici ».

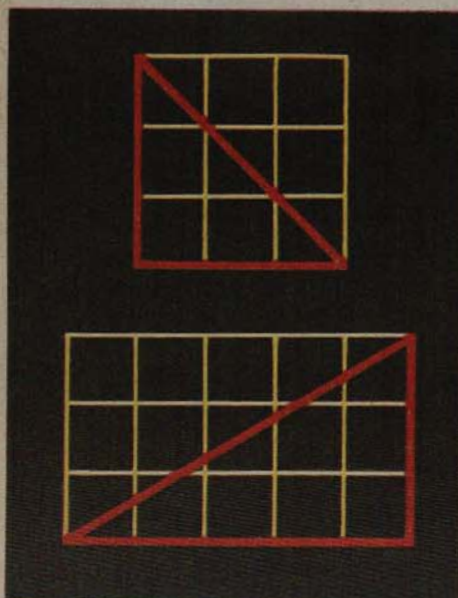
Ogni anno, al tempo della mietitura, i sacerdoti riscuotevano le tasse dai contadini, in cambio dei loro servizi: il pagamento veniva effettuato in natura. Per misurare i cereali, il vino e l'olio c'erano giare con una grandezza standard. Per gli altri prodotti, esistevano bilance con pesi prestabiliti.

L'ammontare delle tasse dipendeva dalla grandezza della fattoria: più terre si possedevano e più tasse si pagavano. I sacerdoti si trovavano quindi nella necessità di misurare le aree. Non era un problema semplice da affrontare, ma probabilmente una prima soluzione s'era affacciata alla loro mente quando s'era trattato di pavimentare i templi con mattonelle quadrate. Per coprire un pezzo di pavimento lungo sei piastrelle e largo altrettanto ci vogliono in tutto 36 piastrelle (6×6). Se invece ci sono 10 piastrelle da un lato e 4 dall'altro, ci vogliono 40 piastrelle (10×4). Per trovare l'area di un quadrato o di un rettangolo non bisogna far altro, quindi, che moltiplicare la base per l'altezza.

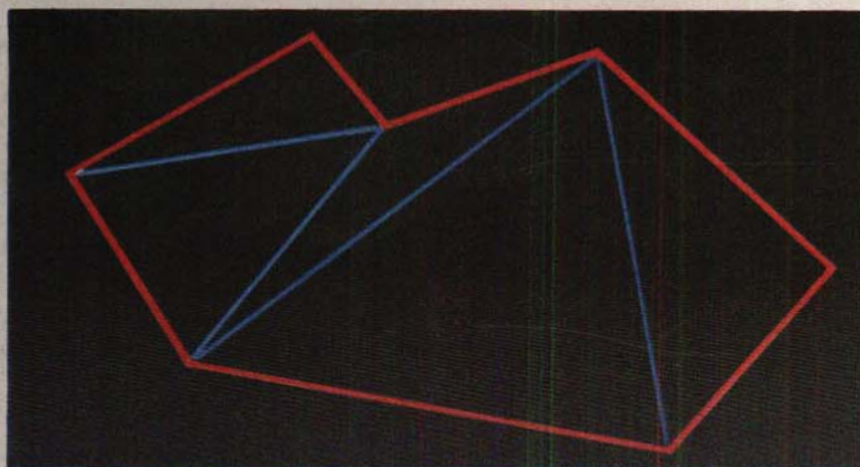
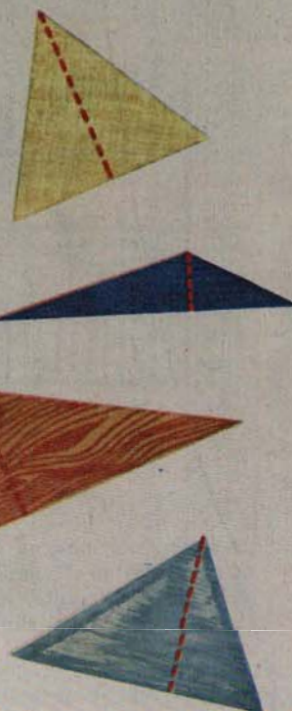
Non tutti i campi, tuttavia, sono quadrati o rettangolari. Agli esattori delle tasse capitava di imbattersi in campi dalle forme più strane e non sempre riusciva loro di scomporli in tanti quadrati. Però notarono che era facile dividerli in triangoli. Bastava saper trovare l'area di un triangolo per poter misurare qualsiasi campo, purché i suoi lati fossero tutti diritti.

Per fortuna, una volta trovato il modo di calcolare l'area di un quadrato o di un rettangolo, non è difficile scoprire il sistema per calcolare quella di un triangolo. Se si prende un pezzo di tela quadrato, lo si può piegare in modo da formare due triangoli, ognuno uguale a mezzo quadrato. Lo stesso avviene con una tela rettangolare: la si può tagliare in modo da ottenere due triangoli, ciascuno uguale alla metà del rettangolo. Si tratta di osservazioni semplici, che probabilmente indicarono ai sacerdoti la via per scoprire le regole di cui avevano bisogno. La conclusione alla quale giunsero fu che, per conoscere l'area di un triangolo, bisogna moltiplicare la base per l'altezza e dividere il risultato per due.

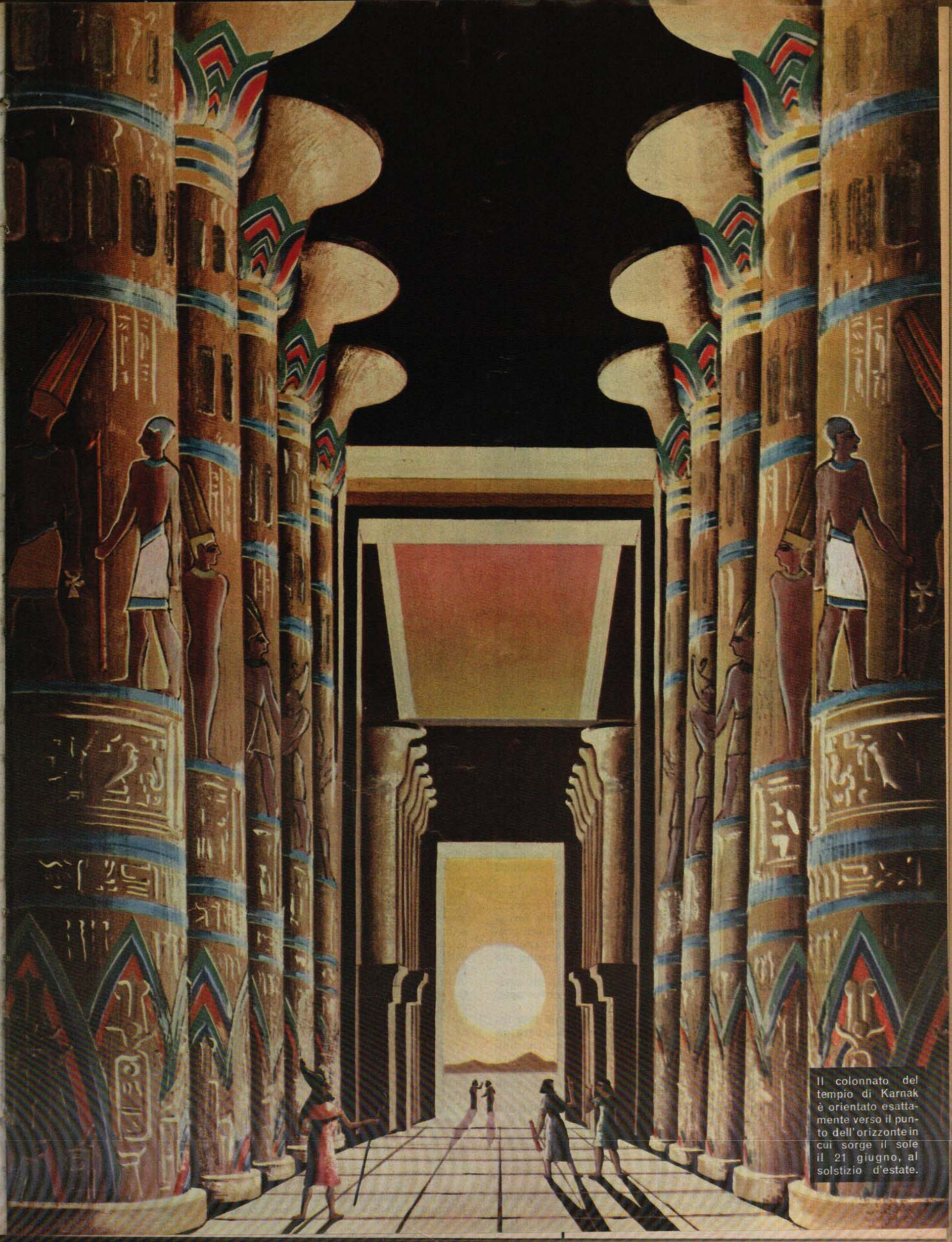
La misurazione dei campi teneva occupati i sacerdoti più di quanto si



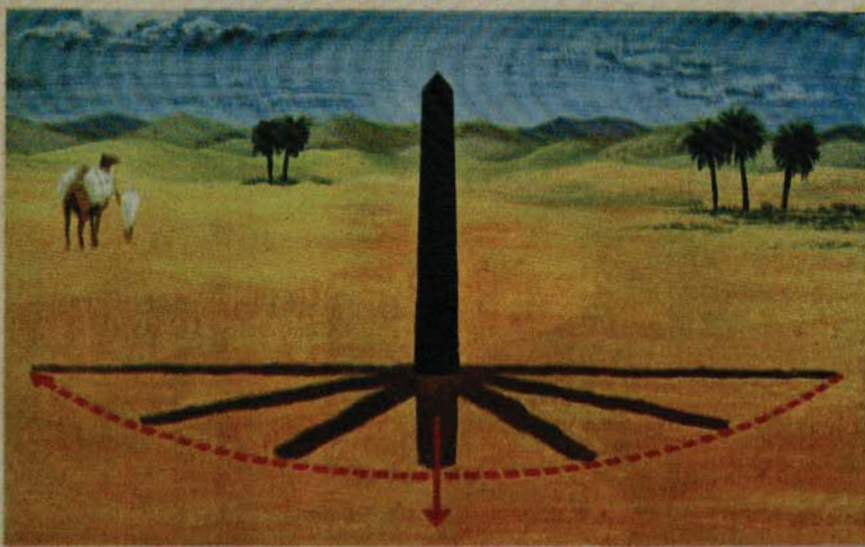
L'area di un triangolo rettangolo è la metà del quadrato o del rettangolo che abbia la stessa base e la stessa altezza. Questa regola è stata fondamentale per gli Egizi.



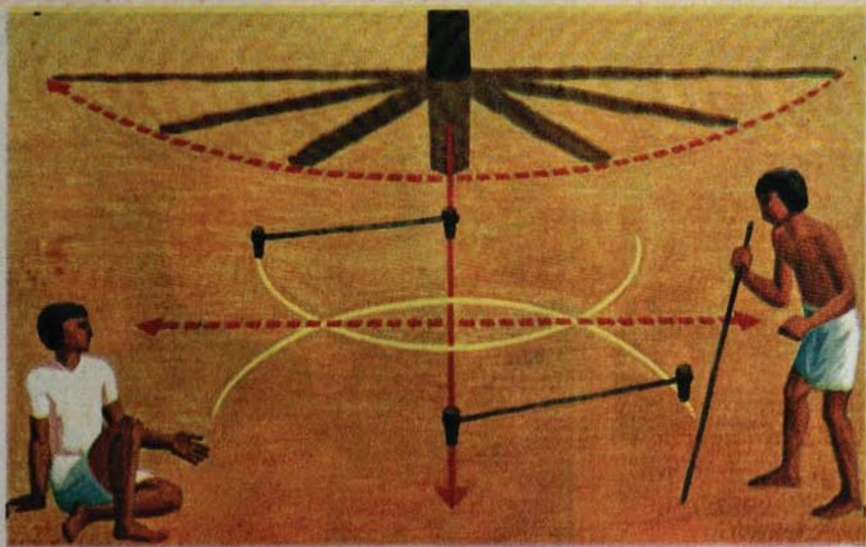
Qualsiasi forma abbia, una figura può essere scomposta in tanti triangoli purché abbia i lati retti. La sua area sarà data dalla somma delle aree dei vari triangoli. Ancora oggi il sistema della triangolazione è adottato dagli agrimensori.



Il colonnato del tempio di Karnak è orientato esattamente verso il punto dell'orizzonte in cui sorge il sole il 21 giugno, al solstizio d'estate.



A Nord del Tropico del Cancro l'ombra che un oggetto proietta sul terreno quando il Sole è a mezzogiorno indica il Nord. Gli Egizi lo sapevano e se ne servirono per orientarsi. Una volta determinato il Nord, conoscevano anche il Sud.



Per trovare l'Est e l'Ovest non dovevano far altro che tracciare una retta perpendicolare alla linea disegnata dall'ombra Nord-Sud. Come è noto, per disegnare le perpendicolari essi conoscevano il sistema dei due archi di cerchio intersecati.



Questa è una meridiana egizia, un orologio che sfruttava l'ombra solare. All'alba essa veniva rivolta verso il Sole; alla sesta ora prima di mezzogiorno l'ombra raggiungeva la lunghezza massima, poi cominciava gradualmente a decrescere.



A mezzogiorno l'ombra era diventata brevissima. Allora la meridiana veniva girata dal lato opposto e cominciava a segnare le ore del pomeriggio. L'ombra riprendeva ad allungarsi. Questo è stato il primo sistema escogitato per conoscere l'ora.

immagini. La parte coltivabile dell'Egitto è rappresentata da una zona ristretta, lungo le due rive del fiume Nilo. Il resto è deserto. Ogni anno, verso la metà dell'estate, il fiume supera gli argini e inonda i campi vicini, ricoprendoli con un sottile strato di fango. L'inondazione annuale aveva effetti fertilizzanti e aiutava gli antichi coltivatori egizi a produrre ottimi raccolti. Ma il risultato era anche un altro: i termini di confine posti tra un campo e l'altro venivano asportati e i sacerdoti si vedevano costretti a misurare anno per anno gli appezzamenti di terreno. Bisogna quindi riconoscere loro non soltanto la qualifica di architetti e di ordinatori del calendario, ma anche di primi agrimensori professionisti del mondo.

Dall'antico Egitto in poi, il sistema della « triangolazione » ha rappresentato il principale metodo di lavoro degli agrimensori di tutti i tempi. Basta pensare alle scoperte effettuate dagli antichi sacerdoti sulla forma e l'area dei triangoli per rendersi conto dell'utilità che le loro nozioni pratiche hanno avuto per i matematici di ogni epoca. Ed è per questa ragione che usiamo la parola *geometria*, la quale deriva da due parole greche che significano « terra » e « misura ».

Naturalmente non tutti i problemi cui si trovavano di fronte gli agrimensori potevano essere risolti calcolando l'area del triangolo. Per esempio, un cerchio non può essere certo suddiviso in tanti triangoli.

Gli antichi Egizi tracciavano i cerchi facendo girare una corda tesa intorno a un piolo fisso e sapevano per esperienza che, per disegnare un cerchio grande bisogna adoperare una corda lunga e per ottenerne uno piccolo bisogna servirsi di una corda corta. Così avevano potuto stabilire che l'area di un cerchio dipende dalla lunghezza del tratto che separa il centro dalla circonferenza: distanza alla quale oggi noi diamo il nome di raggio.

Circa 3500 anni fa, quando le grandi piramidi si potevano già considerare molto vecchie, uno scriba egizio chiamato Ahmes, il « Figlio della Luna », scrisse le regole per trovare l'area di un cerchio avvertendo che essa è press'a poco uguale a tre volte e un settimo l'area del quadrato costruito sul suo raggio. Così, se il raggio è di 3 centimetri, l'area del cerchio è press'a poco $(3 + \frac{1}{7}) \times 9$ centimetri quadrati. Forse non sapremo mai in

che modo gli antichi sacerdoti riuscirono a fare questa scoperta. Nel Museo britannico di Londra si trovano conservati i papiri scritti dallo stesso Ahmes. Ma in essi non si fa cenno ad alcuna spiegazione in proposito. In tutti gli altri musei del mondo esistono antichi manoscritti che concorrono a illuminarci sulla matematica egizia. Tuttavia, la maggior parte delle nostre conoscenze sull'argomento deriva dallo studio delle antiche costruzioni che ancora si ergono nei pressi del Nilo.

Il fatto che alcune piramidi abbiano le quattro facce rivolte esattamente verso i punti cardinali sta ad indicarci che i sacerdoti-architetti erano capaci di trovare l'orientamento con la massima precisione. Probabilmente, per stabilire il Nord e il Sud, si servirono dell'ombra tracciata a mezzogiorno da un'alta colonna. Bastava disegnare una linea che incrociasse l'ombra ad angolo retto per ottenere anche la direzione dell'Est e dell'Ovest. Ma vi era anche un altro modo, per determinare l'Est, e gli Egizi lo conoscevano certamente. Il punto in cui sorge il sole cambia in maniera graduale, giorno per giorno. D'inverno si trova più a Sud dell'esatta posizione dell'Est e d'estate si trova più a Nord. Le due posizioni estreme danno l'ampiezza di un angolo che, diviso esattamente a metà, indica la precisa direzione dell'Est.

Gli Egizi fecero di più: contarono i giorni che occorre al sole per passare dalla posizione più a Sud a quella più a Nord e riuscirono a misurare la lunghezza dell'anno. A Karnak costruirono un tempio il cui colonnato punta esattamente verso il luogo in cui si leva il sole al solstizio d'estate, cioè una volta sola ogni 365 giorni. Per stabilire i punti cardinali e per misurare il tempo ebbero a propria disposizione gli stessi mezzi dell'uomo preistorico: il sorgere e il tramontare del sole, della luna e delle stelle; di giorno l'ombra del sole e di notte il moto delle costellazioni intorno alla Stella Polare. Anni di attente osservazioni permisero agli Egizi di adoperare questi elementi in maniera migliore dei propri antenati. L'antico cacciatore, osservando la lunga ombra disegnata da un albero, al massimo poteva dire: « È mattino presto ». L'egizio invece possedeva l'orologio solare, costituito da una lista di legno appositamente segnata e, osservando la lunghezza delle ombre, poteva dire: « È la seconda ora del mattino ».

(1 - Continua)

Lancelot Hogben

La conquista del mare





Gli antichi Assiri scrivevano su tavolette d'argilla, molte delle quali sono arrivate fino a noi. Anche i segni che indicavano i numeri avevano la forma di «cunei».

Gli inventori della ruota

A quasi mille miglia dal delta del Nilo, verso l'Oriente, c'erano altri due fiumi, il Tigri e l'Eufrate, tra i quali si stendeva la Mesopotamia. Qui raggiunse il proprio splendore un'altra civiltà, non meno antica dell'egizia, che a seconda dei diversi gradi di sviluppo prende i nomi di sumerica, caldea, assira e babilonese. In molte cose essa fu simile all'egizia. Anche qui i sacerdoti erano addetti all'osservazione del cielo, compilavano il calendario, costituivano la classe dominante e conseguivano progressi straordinari nell'astronomia. I templi che innalzarono quasi duemila anni prima dell'era cristiana erano anche le biblioteche di quel tempo: i sacerdoti annotavano le proprie scoperte in scritti segreti, che non potevano essere letti dagli estranei.

A questo punto cessa la rassomiglianza tra le due civiltà. A differenza dell'antico Egitto, la Mesopotamia aveva un commercio estero molto sviluppato. Non possedeva legno per le costruzioni, non produceva seta per gli abiti dei re e dei principi, non aveva spezie per le mense dei ricchi. Scarsi erano i metalli preziosi per adornare i templi. La necessità di procurarsi queste cose spinse i mercanti in tutte le direzioni: a Occidente, nel Libano, compravano il legno dei cedri; a Nord, nell'Asia Minore, trovavano l'oro, l'argento, il piombo e il rame; a Oriente, probabilmente in India e in Cina, acquistavano la seta, le tinture, le spezie e i gioielli.

Un mercante che si limita a vendere i prodotti del proprio campo può accontentarsi di misure grossolane, per le proprie mercanzie; invece chi commercia in beni più costosi deve essere molto più preciso. Perciò i pesi e le bilance divennero di uso corrente, in Mesopotamia, e la valutazione della mercanzia si effettuava in talenti (circa dodici chili) e in sicli (circa otto grammi). Naturalmente bisognò trovare qualcosa che potesse servire da mezzo di pagamento e si ricorse all'orzo, perché era l'unica mercanzia accettata sempre, da chiunque. Per molti anni gli operai furono pagati con l'orzo. Al momento di partire per altre regioni, i mercanti dell'antica

Mesopotamia caricavano d'orzo gli asini e i cammelli. Era un sistema abbastanza ingombrante di procedere al pagamento delle merci, ma arrivò il momento in cui s'accorsero che anche l'argento, molto più maneggevole dell'orzo, veniva accettato come mezzo di scambio quasi dappertutto. In un primo tempo ne portarono con sé quantità modeste, che pesavano volta per volta, a seconda delle necessità. Poi, per non stare a ricorrere continuamente alle bilance, fusero l'argento in piccole sbarre, su ciascuna delle quali incisero un marchio che ne indicava il peso. Questo fu il primo tipo di danaro, anche se differiva notevolmente dalle nostre monete.

Per la prima volta s'era creata una specie di ricchezza che l'uomo poteva conservare durevolmente, senza il timore che andasse a male. Le sbarre d'argento permettevano di fare anche dei prestiti, naturalmente con l'interesse, come ci viene confermato dai racconti biblici sugli usurai. Ma simili operazioni comportavano un'altra necessità, quella di tenere i conti.

I mercanti della Mesopotamia non avevano un compito facile, nel tenere i registri di cassa: la scrittura era rozza e il materiale di cui si servivano troppo voluminoso. I loro appunti venivano incisi con appositi bastoncini su tavolette d'argilla che, seccate al sole, rendevano la scrittura durevole. Se da una parte il sistema richiedeva un grande dispendio di tempo, dall'altra parte aveva il pregio di rendere le tavolette pressoché indistruttibili, tanto è vero che gli archeologi ne hanno trovate migliaia in ottime condizioni, tali da rendere chiaramente leggibili i caratteristici segni a forma di cuneo cui è stato dato, appunto, il nome di scrittura cuneiforme.

Decifrare questi segni non è stato facile e ci sono voluti accurati studi analitici, soprattutto perché a prima vista i caratteri sembrano tutti eguali. In più ogni scriba aveva un modo diverso di tracciarli. I caratteri che in una tavoletta stanno a indicare 10, in un'altra indicano 60, in modo che 100 (e cioè 10×10) si può confondere con 3600 (e cioè 60×60).

Pur avendo elaborato un sistema di pesi e di misure e sebbene sia stata la patria delle monete, la Mesopotamia non riuscì mai ad andare al di là di un livello primitivo nella maniera di eseguire i conti per iscritto. Per loro fortuna, i mercanti non dovevano ricorrere alla scrittura in ogni occasione, perché avevano un altro metodo per eseguire i calcoli, simile a quello degli Egizi: tracciavano dei solchi nella sabbia e vi ponevano dei sassolini. Ogni sassolino indicava nel primo solco le unità, nel secondo le decine, nel terzo le centinaia e così via. Il sistema, chiamato abaco, rese possibile eseguire le addizioni prima che fossero inventate le regole della matematica scritta. Basta dare uno sguardo all'illustrazione nella quale è raffigurato l'abaco per capire come il valore numerico di un sassolino aumenti a mano a mano che cambia di solco: nel primo vale 1, nel secondo 10, nel terzo 100, nel quarto 1000. La base per la numerazione era dunque il 10, poiché passando da un solco all'altro ogni sassolino aumentava il proprio valore di dieci volte. La scelta di questa base, comune a molti sistemi numerici dell'antichità, fu dovuta probabilmente al fatto che i primi uomini impararono a contare sulle dita delle due mani. Per il rimanente, il numero 10 non ha niente di diverso dagli altri. Sarebbe ugualmente semplice adoperare un altro numero come base della numerazione.

Anche gli Egizi avevano il 10 come base e di conseguenza usavano segni diversi per indicare 1, 10, 100, 1000 e così via. A volté, però, i popoli della Mesopotamia si servivano anche della base 60 e di quest'abitudine avvertiamo ancora oggi le conseguenze, tanto è vero che misuriamo il tempo dividendo l'ora in 60 minuti e i minuti in 60 secondi. I navigatori, per misurare le distanze, dividono tuttora in 60 minuti i gradi di latitudine e di longitudine. I Maya, la cui civiltà fiorì nell'America centrale, si servivano, per contare, anche delle dita dei piedi e perciò assunsero come base il numero 20 in tutte le operazioni, tranne che nel computo del tempo.

L'imperfezione dei segni numerici rappresentò un ostacolo non solo nella Mesopotamia ma anche in altri Paesi civili. L'uomo ha dovuto lamentare questa deficienza fino a pochi secoli fa, tanto è vero che l'uso dell'abaco si diffuse a poco a poco in tutto il mondo. Nell'antica Roma esso era costituito da una tavoletta di metallo i cui solchi erano disposti in due file, l'una sopra l'altra: in quella superiore c'era un sassolino per ogni solco; nell'inferiore ce n'erano quattro. Il sassolino del solco che si trovava in alto valeva cinque volte di più di ogni sassolino posto nel solco corrispondente in basso. In ogni fila c'erano perciò cinque sassolini: quello di sopra valeva 5 e i quattro di sotto valevano 1 ciascuno. L'operatore era quindi in grado di segnare in ogni colonna un numero fino a nove. Nella parte destra dell'abaco c'era un'altra serie di solchi, che servivano per le frazioni. Per indicare i sassolini i romani adoperavano la parola *calculus*, di dove è venuta l'odierna espressione *calcolare*.

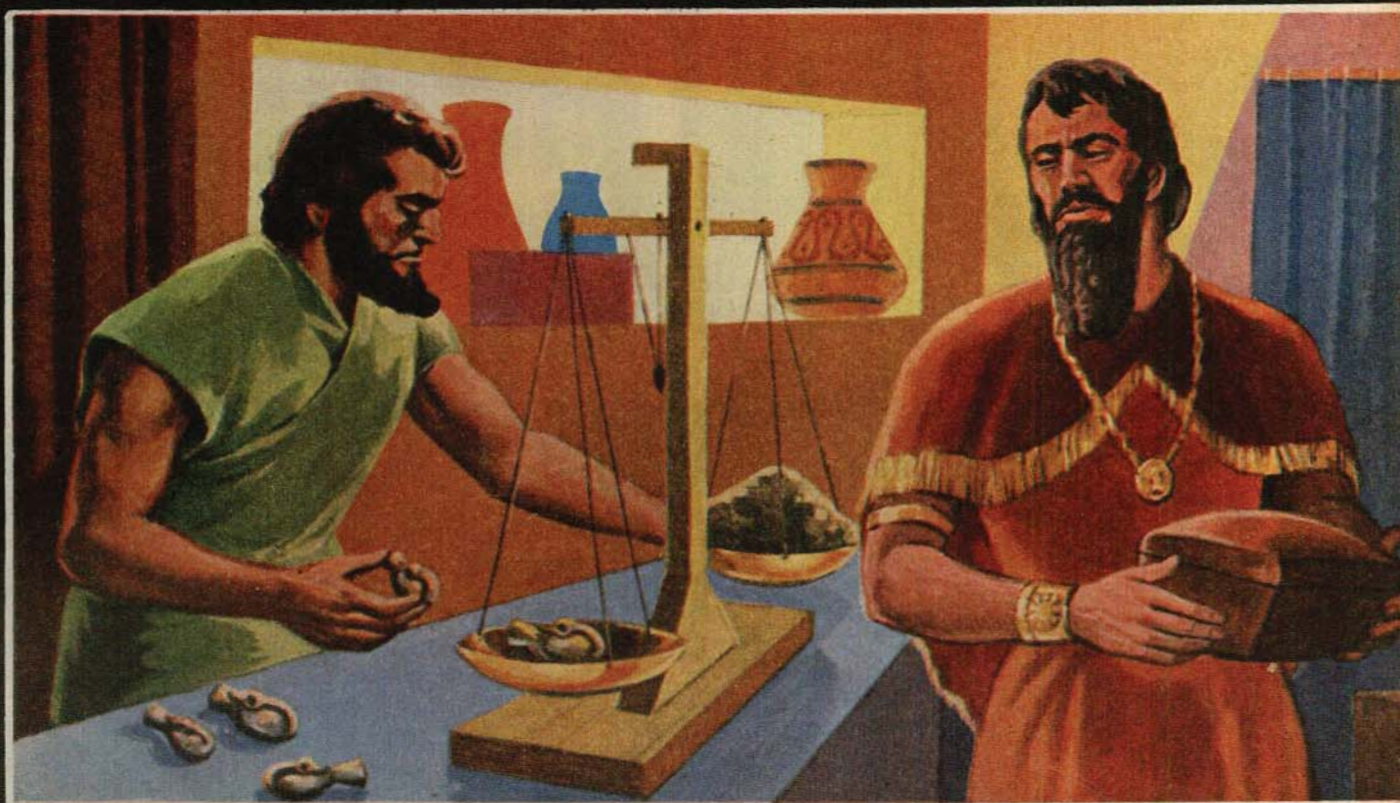
I mercanti della Mesopotamia non avevano soltanto l'abaco per eseguire rapidamente i loro calcoli. Fra le migliaia di tavolette che gli archeologi hanno rinvenuto tra le rovine di un tempio, presso le rive dell'Eufrate, ve ne sono molte, con addizioni e moltiplicazioni, e altre che portano inciso il quadrato di diversi numeri. Come è noto, il quadrato di un numero non è altro che il numero moltiplicato per se stesso. Il quadrato di 2 è quindi dato da $2 \times 2 = 4$ e viene indicato con il simbolo 2^2 . Quello di 5 è dato da $5 \times 5 = 25$, che si scrive 5^2 .



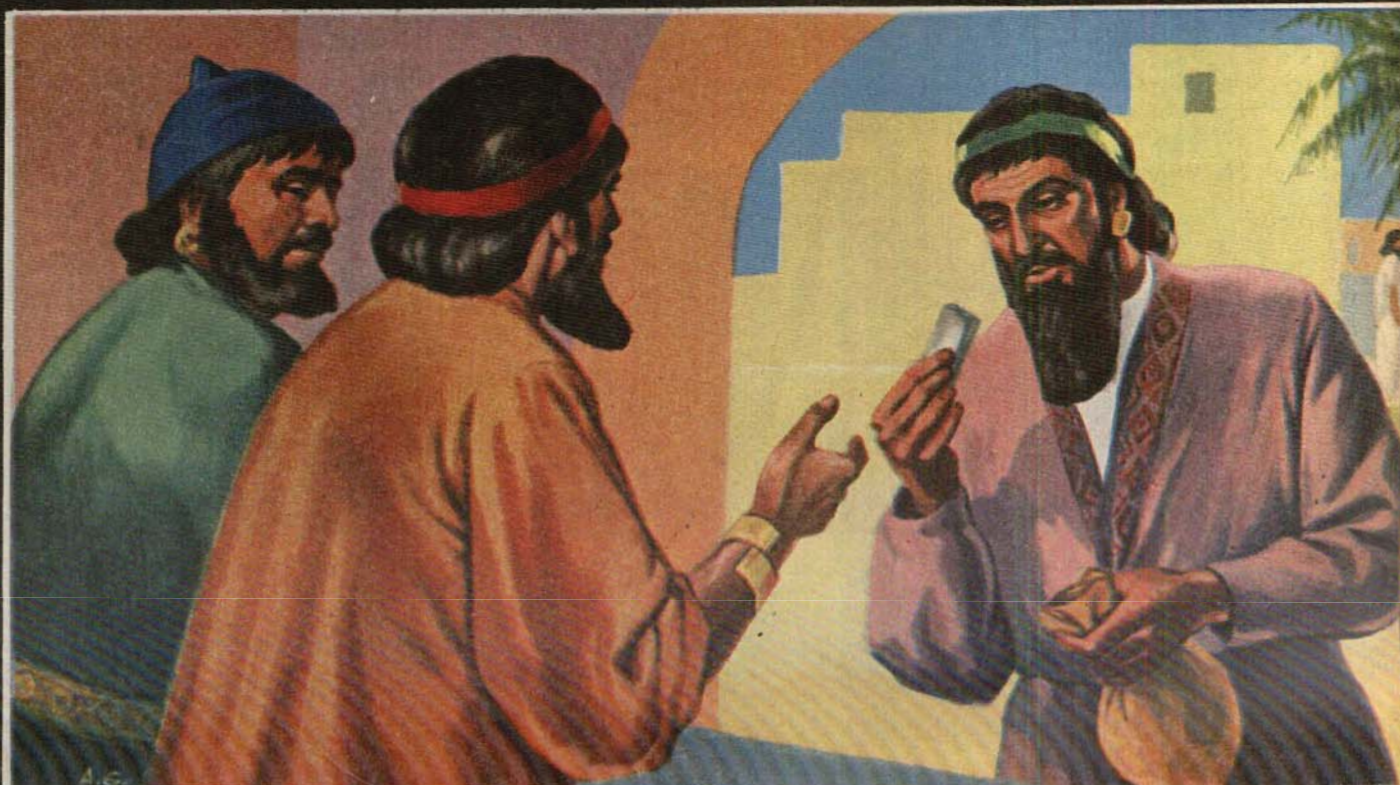
Per lungo tempo l'orzo rappresentò l'unico mezzo di scambio accettato da tutti. I mercanti dell'antica Mesopotamia, partendo per terre lontane, caricavano gli asini di ceste d'orzo.



In un secondo tempo, però, ci si rese conto che l'argento poteva sostituire l'orzo: nacque così il primo rudimentale tipo di denaro. L'argento veniva pesato al momento del pagamento.



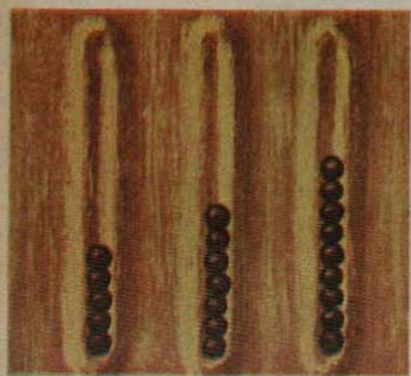
I Babilonesi si servivano di pesi a forma di anitre. Gli Assiri invece avevano pesi a forma di leone. Presto, invece di pesarlo volta per volta, fusero l'argento in sbarre di peso "standard".





Gli antichi scribi eseguivano i loro conti con l'abaco, cioè con sassolini disposti in tanti solchi tracciati sulla sabbia. Il primo solco da destra indicava le unità, il

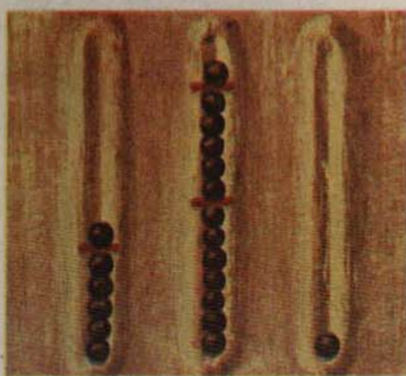
secondo le decine, il terzo le centinaia, e così via. La base della numerazione, presso gli Assiro-babilonesi, era il 10. Presso i Maya era invece il numero 20.



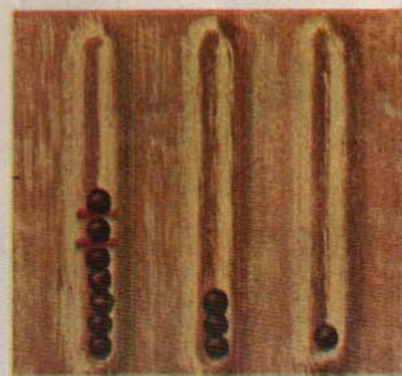
579+152: per eseguire questo calcolo si segnano con i sassolini 5 centinaia, 7 decine e 9 unità nei rispettivi solchi dell'abaco. Si ha così il numero 579.



Si aggiunge ora 152 seguendo questo criterio: un sassolino nel solco delle centinaia, cinque nel solco delle decine e due sassolini in quello delle unità.



Si tolgono ora 10 sassolini dal solco delle unità e se ne aggiunge uno in quello delle decine, dove verranno a trovarsi complessivamente 13 sassolini.



Dalle decine si tolgono adesso 10 sassolini e quindi se ne aggiunge uno alle centinaia: in questo modo si è ottenuto il risultato finale della somma: 731.

A quanto pare i sacerdoti della Mesopotamia avevano trovato il modo di effettuare le moltiplicazioni senza ricorrere all'abaco, ma servendosi delle tavole dei quadrati. Ecco, per esempio, il sistema che avrebbero seguito per moltiplicare 102 per 96.

PRIMA OPERAZIONE. Si addizionano 102 e 96 e si ottiene 198 che, diviso due, dà la media 99

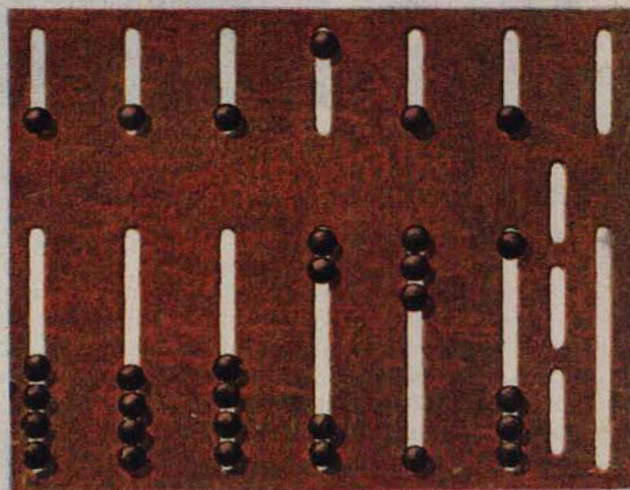
SECONDA OPERAZIONE. Da 102 si sottrae 96 e si ottiene 6, che diviso per due dà la metà della differenza tra i due numeri 3

TERZA OPERAZIONE. Si cerca sulle tavole il quadrato di 99 che è uguale a 9801

QUARTA OPERAZIONE. Si cerca sulle tavole il quadrato di 3 che è uguale a 9

QUINTA OPERAZIONE. Da 9801 si sottrae 9 e si ha il risultato finale 9792

Con questo sistema si possono moltiplicare due numeri qualsiasi: in poche parole si tratta di elevare al quadrato la metà della loro somma e la metà della loro differenza. Sottraendo dal primo il secondo quadrato



L'abaco si è sempre più perfezionato, nel corso dei millenni, e ancora oggi viene adoperato da commercianti giapponesi, cinesi e russi, che dimostrano una straordinaria abilità e velocità nel manovrare i «calcoli». Anche nel mondo moderno, come si vede, l'abaco ha i suoi cultori.

Gli antichi Romani avevano un abaco formato da due righe di solchi: il sassolino nella riga superiore valeva cinque volte quello situato nel solco corrispondente in basso. I solchi posti all'estrema destra servivano per le frazioni. I Romani dettero a ciascun sassolino il nome di *calculus*.

Qui sotto vediamo una tavola dei quadrati (cioè dei numeri moltiplicati per se stessi) nella sua forma più elementare: essa corrisponde perfettamente al frammento di una tavola, incisa su una tavoletta d'argilla, scritta con caratteri babilonesi. Queste tavole servivano per le moltiplicazioni.

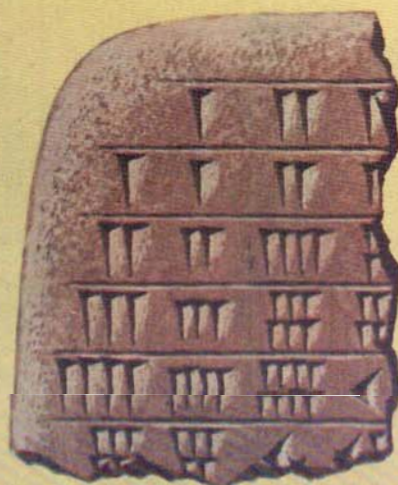
si ha il prodotto dei due numeri. Però le tavole dei quadrati non raggiunsero mai il successo dell'abaco, che era ancora in uso presso mercanti e bottegai d'Europa molto tempo dopo l'epoca di Cristoforo Colombo. Ancora oggi molti commercianti cinesi, giapponesi e russi si servono dell'abaco, che sanno adoperare con grande rapidità.

Circa 6000 anni fa fu effettuata, da cittadini dell'antica Mesopotamia rimasti sconosciuti, una delle più grandi invenzioni di tutti i tempi: la ruota. In un primo tempo si trattò solo di un disco di legno con un buco al centro, tale da permettergli di girare intorno a un perno fisso. Poi i babilonesi e gli assiri costruirono carri da trasporto e cocchi per la guerra e le ruote divennero molto più simili a quelle che scorgiamo oggi nei carri agricoli, con un cerchione esterno, dei raggi e un mozzo. Una volta fatta la scoperta, non fu difficile escogitare nuovi impieghi per la ruota. I vasai scoprirono che, con l'aiuto di una ruota, potevano modellare l'argilla con maggiore accuratezza. Gli architetti e i costruttori s'accorsero che, con l'uso delle pulegge, era possibile sollevare grossi pesi con poco sforzo.

Si sarebbe tentati di pensare che i popoli della Mesopotamia, avendo inventato la ruota, fossero anche riusciti a compiere progressi nella conoscenza della geometria del cerchio. In realtà non superarono gli Egizi, i quali avevano calcolato che la circonferenza di un cerchio è 3,14 volte la lunghezza del diametro. Oggi sappiamo che il rapporto tra la circonferenza e il diametro (cui diamo il nome di π , che si pronuncia *pi greco*) è di circa 3,1416. Il valore trovato dagli Egizi era quindi abbastanza esatto. I popoli della Mesopotamia si accontentavano di una minore precisione e moltiplicavano il diametro semplicemente per 3.

Non è possibile dire con esattezza come giunsero, questi antichi popoli, a trovare il valore della π . Da alcune loro iscrizioni è però possibile ricavare qualche indizio sul metodo seguito. Probabilmente disegnarono due quadrati: uno, più piccolo, all'interno di un cerchio e l'altro, più grande, all'esterno. La circonferenza del cerchio si veniva a trovare compresa tra i perimetri dei due quadrati. Allora calcolarono la lunghezza dei due perimetri, li sommarono insieme e divisero il risultato per due: la media ottenuta dava approssimativamente il valore della circonferenza, che risultò così di circa 3 e 1/7 volte il diametro. Se avessero disegnato due

	1	2	3	4	5	6	7
1	1	2	3	4	5	6	7
2	2	4	6	8	10	12	14
3	3	6	9	12	15	18	21
4	4	8	12	16	20	24	28
5	5	10	15	20	25	30	35
6	6	12	18	24	30	36	42
7	7	14	21	28	35	42	49

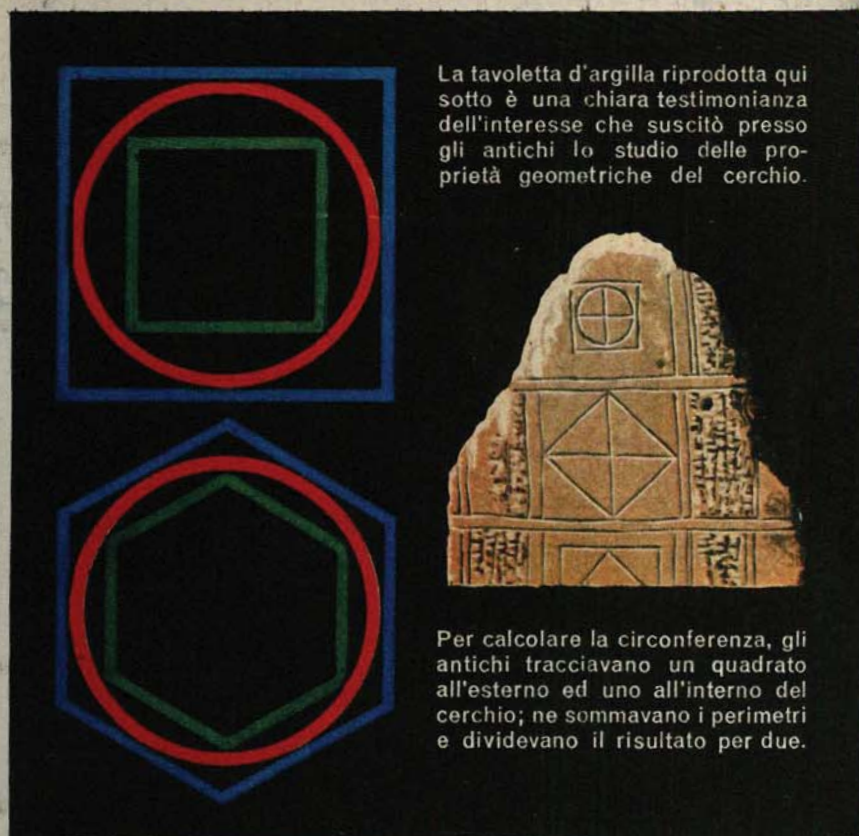




Una delle più grandi invenzioni di tutti i tempi, quella della ruota, si ebbe circa 6000 anni fa in Mesopotamia. Per la ruota furono escogitati impieghi di vario genere e i vasi se ne servivano per modellare le anfore di creta.



Altra utilizzazione della ruota fu la puleggia, mediante la quale era possibile sollevare pesi notevoli col minimo sforzo. I popoli della Mesopotamia, però, non riuscirono a sopravanzare gli Egizi nello studio del cerchio.



La tavoletta d'argilla riprodotta qui sotto è una chiara testimonianza dell'interesse che suscitò presso gli antichi lo studio delle proprietà geometriche del cerchio.



Per calcolare la circonferenza, gli antichi tracciavano un quadrato all'esterno ed uno all'interno del cerchio; ne sommarono i perimetri e dividevano il risultato per due.

esagoni, il primo all'interno e il secondo all'esterno del cerchio, avrebbero ottenuto un risultato più preciso.

Se i sacerdoti della Mesopotamia non erano giunti al livello dei sacerdoti egizi nella conoscenza del cerchio, nel campo della geometria pratica erano però sullo stesso loro piano e in astronomia erano più avanzati. Gli scavi archeologici hanno portato alla luce un'opera di astrologia, composta almeno 5000 anni fa per il re di Babilonia Sargon: vi si trova, tra l'altro, una lunga lista di date delle eclissi.

Non è difficile capire perché, a quei tempi, gli studiosi dei cieli attribuissero alle eclissi una grande importanza. L'astrologia era uno strano miscuglio di scienza e di magia. I sacerdoti asserivano di essere in grado di predire, mediante le osservazioni celesti, qualsiasi avvenimento: l'esito delle battaglie, il destino dei re, il volere degli dei. Se la previsione delle eclissi si rivelava giusta, ai sacerdoti non riusciva difficile far credere che fossero esatte anche le profezie che non avevano carattere astronomico e vedevano accrescersi la loro autorità.

Come è noto, un'eclisse di Luna si verifica quando la Terra viene a trovarsi in linea retta tra il Sole e la Luna, proiettando così la sua ombra sulla faccia del proprio satellite. I sacerdoti della Mesopotamia riuscivano a predire con sufficiente esattezza le eclissi lunari ed è quindi evidente che erano riusciti a scoprire le cause del fenomeno. Anzi, avevano fatto di più: poiché durante le eclissi parziali l'ombra che si proietta sulla Luna ha sempre il bordo rotondo, erano arrivati alla conclusione che la Terra fosse rotonda. Gli scribi babilonesi ci hanno lasciato disegni, davvero straordinari per quei tempi, dove la Terra è raffigurata con la forma di una moneta. In una di queste «mappe», rinvenuta poco tempo fa dagli archeologi, Babilonia occupa una vasta zona al centro del mondo.





Gli astronomi babilonesi attribuivano grande importanza alle eclissi e alle loro previsioni. In un'opera di astrologia che risale a circa 5000 anni fa si trova, tra l'altro, una lunga lista di date delle eclissi. I Babilonesi intuirono che la Terra è rotonda: vediamo qui a sinistra una loro «mappa» del globo. Babilonia ne è il centro.



I Fenici sull'Atlantico

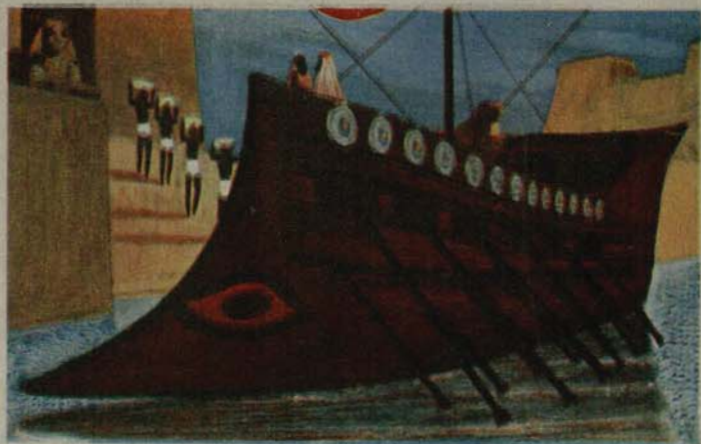
Lungo le coste della Siria, la terra che nella Bibbia viene indicata col nome di Fenicia, si sviluppò verso il 1500 a. C. un intenso commercio marittimo. I marinai fenici salpavano dai due grandi porti di Tiro e di Sidone, percorrevano il Mediterraneo in tutte le direzioni e vendevano merci in quasi tutto il mondo allora conosciuto. Ezechiele, il profeta del Vecchio Testamento, ci dà questa descrizione di Tiro all'apice della sua potenza: «Tiro, che sei posta all'imbocco del mare, tu hai commerciato con i popoli di molte isole. I tuoi armatori hanno costruito navi con i solidi legni del Senir e hanno preso i cedri del Libano per innalzare gli alberi maestri. Le tue vele di lino sono state stupendamente intessute in Egitto. Perfino da Tarso sono giunti i mercanti con ogni specie di ricchezza. E con l'argento, il ferro, lo stagno e il piombo hanno commerciato nelle tue fiere».

Con tanti popoli disposti ad acquistare le loro merci, i marinai-mercanti della Fenicia furono invogliati a compiere viaggi sempre più lunghi. È probabile che verso il 1000 a. C. le loro navi si fossero già avventurate nell'Atlantico per importare stagno dalle isole Scilly, nei pressi della Gran Bretagna. Forse si spinsero anche a Sud, lungo le coste dell'Africa, in cerca di spezie.

Durante questi viaggi, i Fenici ebbero modo di conoscere non soltanto genti meno progredite di loro, in Europa e sulle coste atlantiche dell'Africa, ma anche i popoli più civili di Egitto e di Mesopotamia. Così le loro navi, mentre trasportavano da un luogo all'altro carichi preziosi, diveni-



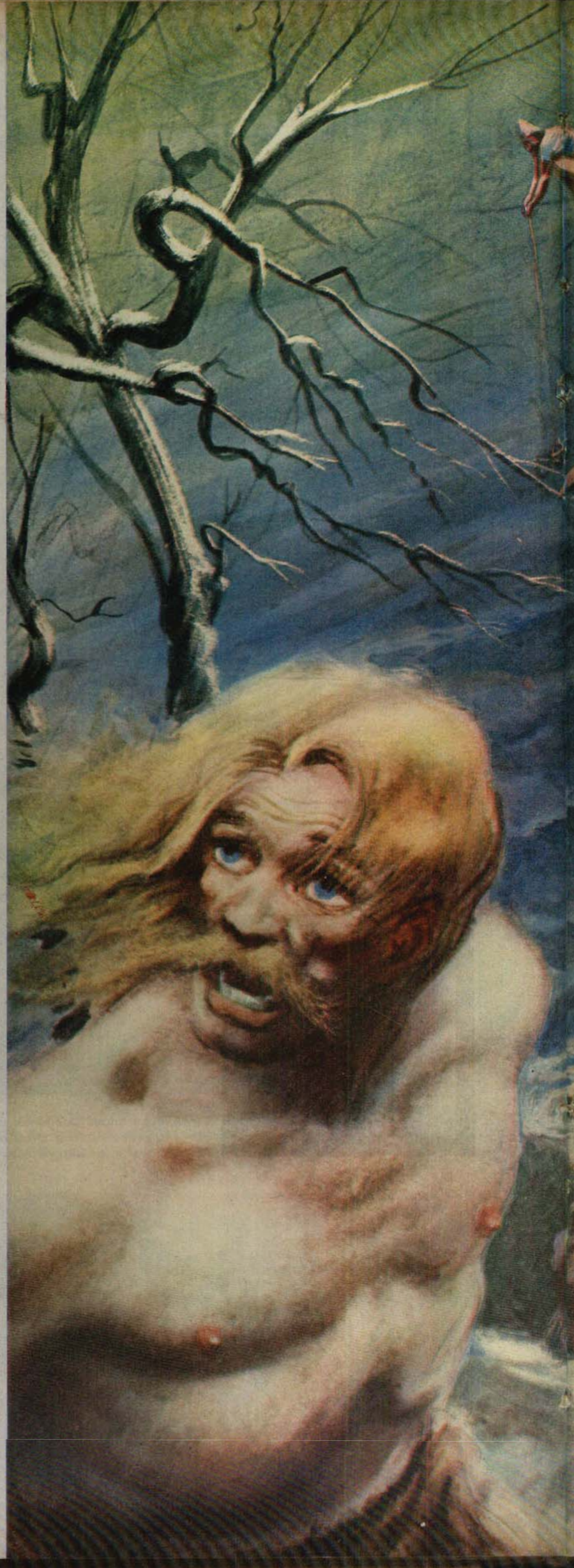
I Fenici si avventurarono sulle coste mediterranee dell'Africa, dove crearono numerose colonie, tra le quali fu famosa Cartagine.



Dagli Egizi i marinai-mercanti dell'antica Fenicia compravano grano e stoffe e apprendevano, anche, importanti cognizioni scientifiche.



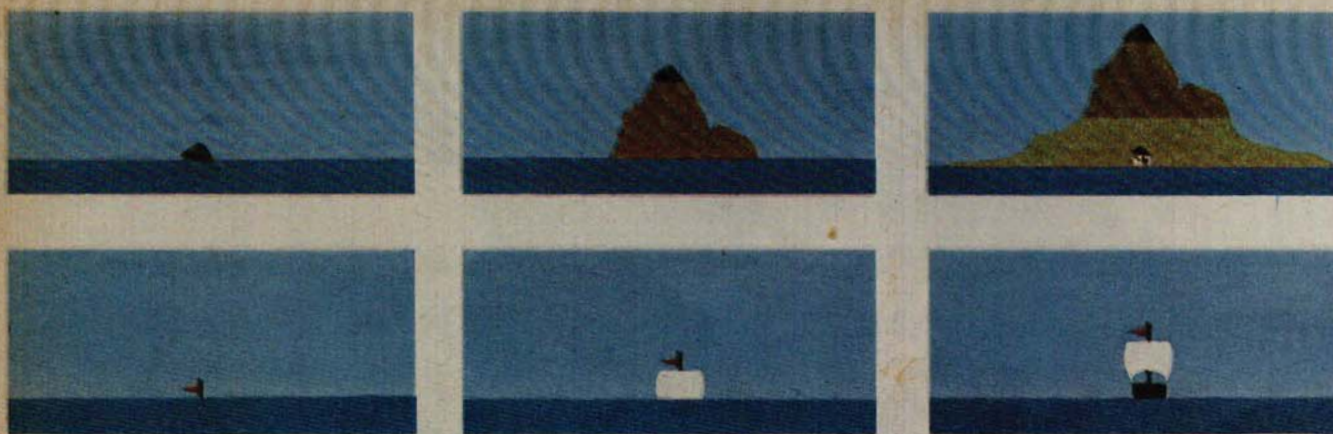
In Grecia si recavano per acquistare olive e vino. Furono i più grandi navigatori dell'antichità e svilupparono floridi commerci.



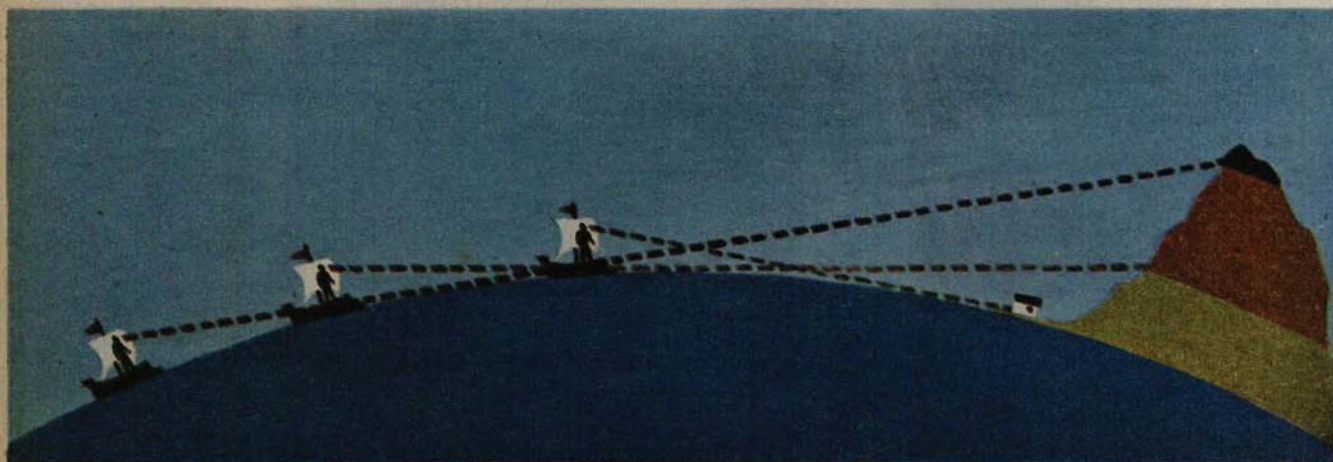


Spingendosi nell'Atlantico fino alle isole Scilly, dove compravano lo stagno, i Fenici scoprirono il modo di orientarsi sulla posizione del sole e delle stelle, gettando così le basi di una nuova scienza della navigazione.

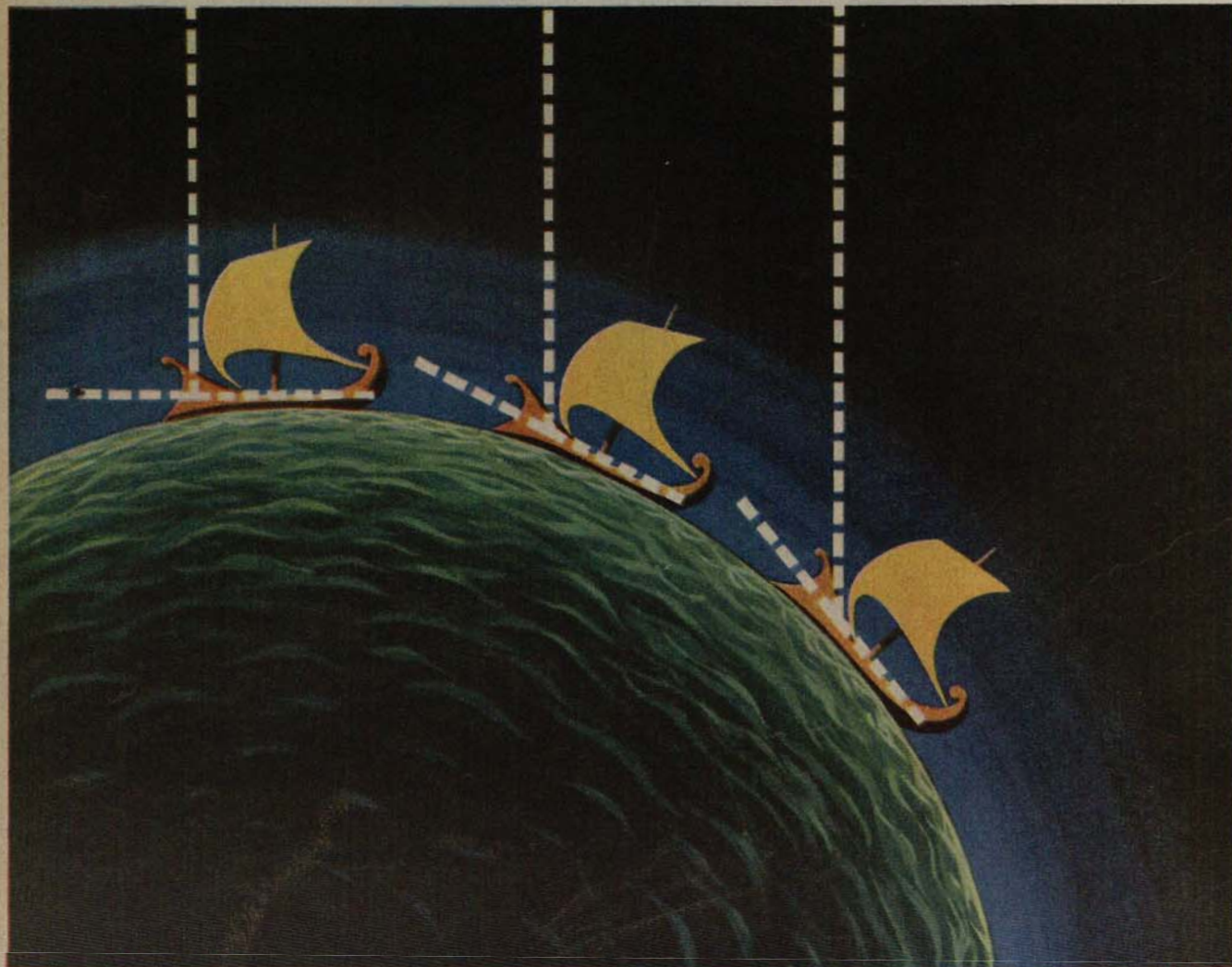
Luciano



Da lontano è possibile scorgere di una nave o di un'isola soltanto la parte più alta. Accostandosi, la parte visibile dell'isola o della nave aumenta progressivamente. Da vicino, la visuale è completa. I Fenici non mancarono di notare questo fenomeno.



Attraverso la lunga esperienza sul mare, gli antichi navigatori della Fenicia giunsero molto probabilmente alla conclusione che la Terra è rotonda e che gli oggetti lontani sono nascosti alla vista dalla curvatura del pianeta. Ciò che ad altri, non abituati a navigare, poteva sembrare un concetto assurdo, per i Fenici rappresentava invece un'esperienza concreta.



Nell'emisfero settentrionale la Stella Polare appare alta nel cielo. A mano a mano che ci si avvicina all'Equatore sembra però abbassarsi verso l'orizzonte. L'angolo formato da una retta ideale che va dalla nave alla Stella Polare consente

così al pilota di stabilire la propria posizione rispetto ai punti cardinali Nord e Sud. Procedendo oltre l'Equatore, nell'emisfero meridionale, la Stella Polare scompare interamente alla vista e sulla volta celeste appaiono altre costellazioni.



OCEANO

ATLANTICO





I Fenici fondarono colonie lungo tutte le coste del Mediterraneo, in modo da creare tanti punti d'appoggio per le navigazioni più lunghe. Questi ardimentosi marinai si spinsero infatti fin nell'Atlantico, oltre le colonne d'Ercole. Una ca-

ratteristica dei Fenici era di navigare seguendo sempre coste e isole conosciute: quasi mai si spingevano tanto al largo da perdere di vista la terraferma. Come indica la carta, essi percorsero tutte le rotte possibili del mare Mediterraneo.

vano anche strumenti di scambio di cognizioni ugualmente preziose. I lunghi viaggi misero in grado i Fenici di acquisire, a proposito della Terra e del cielo, nozioni che gli Egizi e gli Assiri non avevano avuto modo di apprendere.

Ai popoli che vivono sul mare divengono ben presto familiari certi fatti che alle popolazioni dell'entroterra non capita mai di osservare. Il cittadino di Babilonia o di Ninive non avrebbe potuto far altro che ridere, se un astrologo avesse tentato di persuaderlo che la Terra è rotonda. Invece gli abitanti di Tiro e di Sidone giunsero probabilmente da soli a una simile conclusione. Un mercante che attende il rientro di una nave nel porto, per prima cosa ne scorge la cima dell'albero all'orizzonte; poi gli appare la parte superiore della vela e infine tutta la nave. Da parte sua, la vedetta che si trova sulla nave avvista prima le cime delle montagne più alte, poi le pendici sottostanti e in ultimo la spiaggia. Sarebbe stato difficile spiegare le osservazioni del mercante e della vedetta senza arrivare a concludere che gli oggetti più bassi sono nascosti, a chi guarda di lontano, dalla curvatura della superficie terrestre.

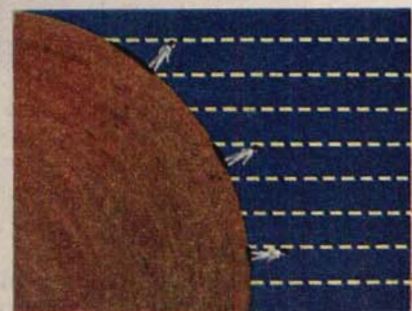
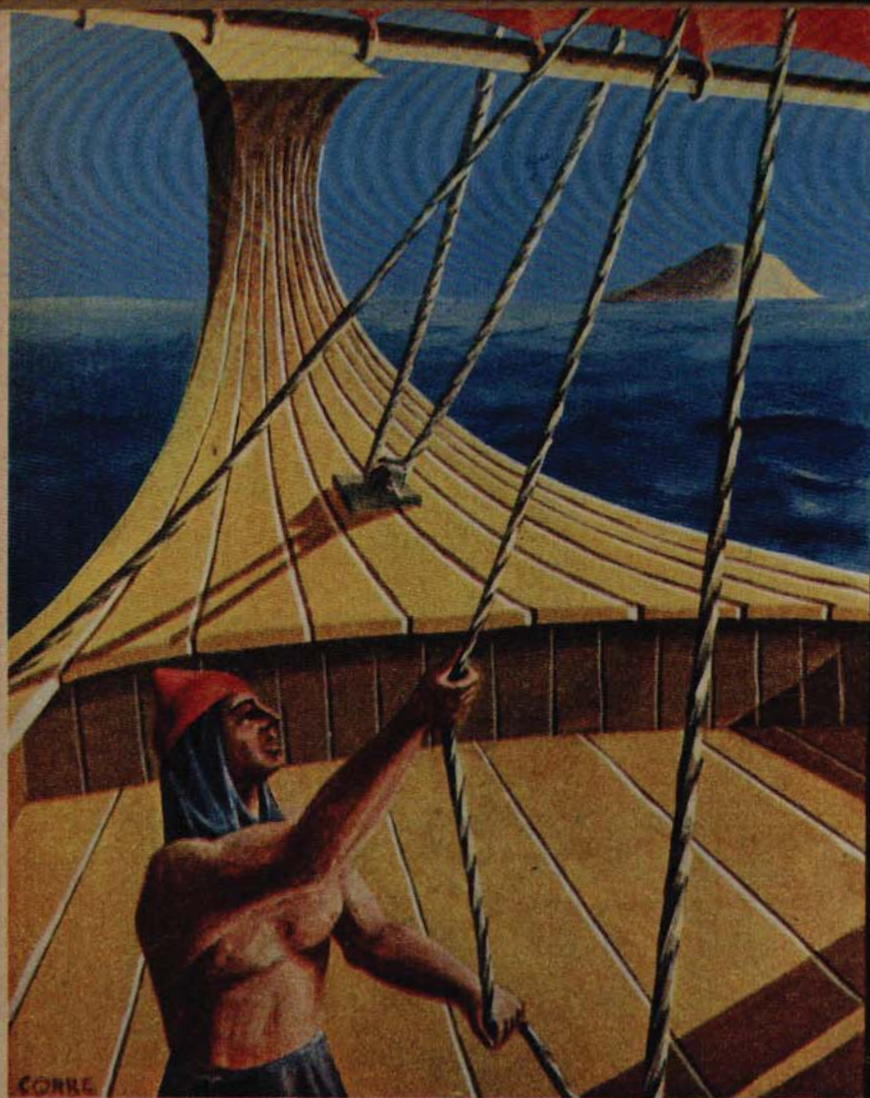
Come fu costume di molti navigatori prima dell'epoca di Cristoforo Colombo, gli antichi Fenici si spingevano raramente, e solo in caso di necessità, tanto al largo da perdere di vista la costa o gli uccelli terrestri a loro familiari. Il Mediterraneo, lungo e stretto, permetteva di percorrere più di tremila chilometri costeggiando sempre terre ed isole conosciute. Ai piloti bastavano, quindi, cognizioni limitate e l'arte della navigazione non aveva certo il significato che ha assunto oggi.

Col tempo i Fenici fondarono colonie lungo la costa occidentale del Mediterraneo: tra queste c'era Cartagine, il grande porto destinato ad assumere un tale sviluppo da affrontare in guerra per tre volte, nel corso di un secolo, la potenza di Roma. I marinai delle colonie occidentali si avventurarono a loro volta sull'Atlantico e si diressero lungo coste sconosciute, dove non esistevano punti di riferimento familiari, che facessero loro da guida. Allora dovettero trovare un sistema per calcolare in che misura si fossero spostati a Nord o a Sud durante la navigazione.

Fu indispensabile ricorrere al Sole e alle stelle, come già avevano fatto i primi cacciatori: ma adesso c'era il vantaggio di una certa conoscenza dell'astronomia, tanto più che agli elementi già noti non tardarono ad aggiungersi altre nozioni. L'aspetto dei cieli cambiava radicalmente a seconda che questi antichi navigatori, una volta spintisi sull'Atlantico, si



Fin dai tempi più antichi gli uomini avevano notato che i raggi del sole sono sempre paralleli e su questa esperienza si basarono anche i Fenici per determinare la posizione delle proprie navi, durante la navigazione, rispetto al Nord e al Sud.



A mano a mano che ci si avvicina all'Equatore, l'ombra proiettata a mezzogiorno diventa più corta. Pertanto, più ci si trova a Nord e più l'ombra diventa lunga. Come è noto, l'angolo fra i raggi del sole e la curvatura terrestre (vedi l'ultimo disegno a destra) determina la lunghezza dell'ombra. Osservando la lunghezza

dell'ombra a mezzodì, i Fenici stabilivano la posizione della nave. Si trattava naturalmente di un sistema alquanto approssimativo; ma gli antichi riuscirono a compiere, con tale sussidio, viaggi straordinariamente lunghi. Le scoperte dei Fenici rimasero per molti secoli i principi basilari dell'arte della navigazione.

dirigessero verso il Nord in cerca di stagno o verso il Sud per acquistare spezie. Lungo la costa europea, in qualsiasi giorno dell'anno, il Sole di mezzogiorno è, nei porti settentrionali, più basso che nelle località meridionali. Di conseguenza, più si va a Nord e più l'ombra solare diventa lunga. I marinai dell'antichità trovarono così il modo di calcolare la latitudine di un porto in base alla lunghezza dell'ombra disegnata dal Sole di mezzogiorno nelle varie località. Il sistema era valido, naturalmente, soltanto di giorno. Di notte l'orientamento era dato da una stella situata press'a poco nel punto in cui ora si trova la nostra Stella Polare. Quando un pilota si dirigeva verso le isole dello stagno, la stella diventava ogni notte più alta nel cielo. Se invece si dirigeva verso le coste africane, la stella s'avvicinava sempre più all'orizzonte.

Gli uomini hanno sempre notato, fin dai tempi più antichi, che i raggi del Sole, della Luna e delle stelle formano rette parallele. A poco a poco i Fenici collegarono quest'antica nozione con le loro nuove esperienze, acquisite sotto i cieli di latitudini diverse, e giunsero alla conclusione che solo la sfericità della Terra avrebbe potuto spiegare le varie osservazioni. Infatti, se la Terra è rotonda, non c'è più nessuna difficoltà a capire perché i raggi luminosi, incontrando la superficie del pianeta contemporaneamente in diversi punti, formano con essa angoli differenti. In seguito, durante i loro viaggi, i Fenici effettuarono nuove scoperte che servirono a confermare quest'opinione. Ad esempio, poterono notare che nella loro terra il Sole di mezzogiorno disegna un'ombra rivolta sempre verso il Nord, mentre al Tropico del Cancro (circa 23 gradi e mezzo a Nord) arriva ad essere così perfettamente a picco, nel solstizio d'estate, da non disegnare alcuna ombra. Più a Sud, invece, nello stesso giorno del solstizio, l'ombra è rivolta verso il Sud.

Raramente il capitano di una nave fenicia si dirigeva molto a Sud, lungo la costa dell'Africa. Ma in queste poche occasioni gli era facile notare

come la Stella Polare divenisse sempre più bassa all'orizzonte a mano a mano che l'Equatore si faceva più vicino. Bastava spingersi ancora più a Sud per perderla di vista completamente e vedere apparire nel cielo stelle e costellazioni sconosciute nelle terre del Nord.

Il graduale arricchirsi delle conoscenze sul cielo e sulle stelle permise agli antichi piloti di gettare le basi di una nuova scienza della navigazione, dalla quale trassero impulso anche gli studi per la misurazione della terra, ossia la geometria. Durante il primo sviluppo civile della Mesopotamia, prima ancora dell'avvento dei Fenici, l'uomo aveva imparato a dividere il cerchio in 360 gradi. Adesso stava imparando a dividere nello stesso modo i cerchi massimi della Terra, che passano per il Polo Nord e il Polo Sud.

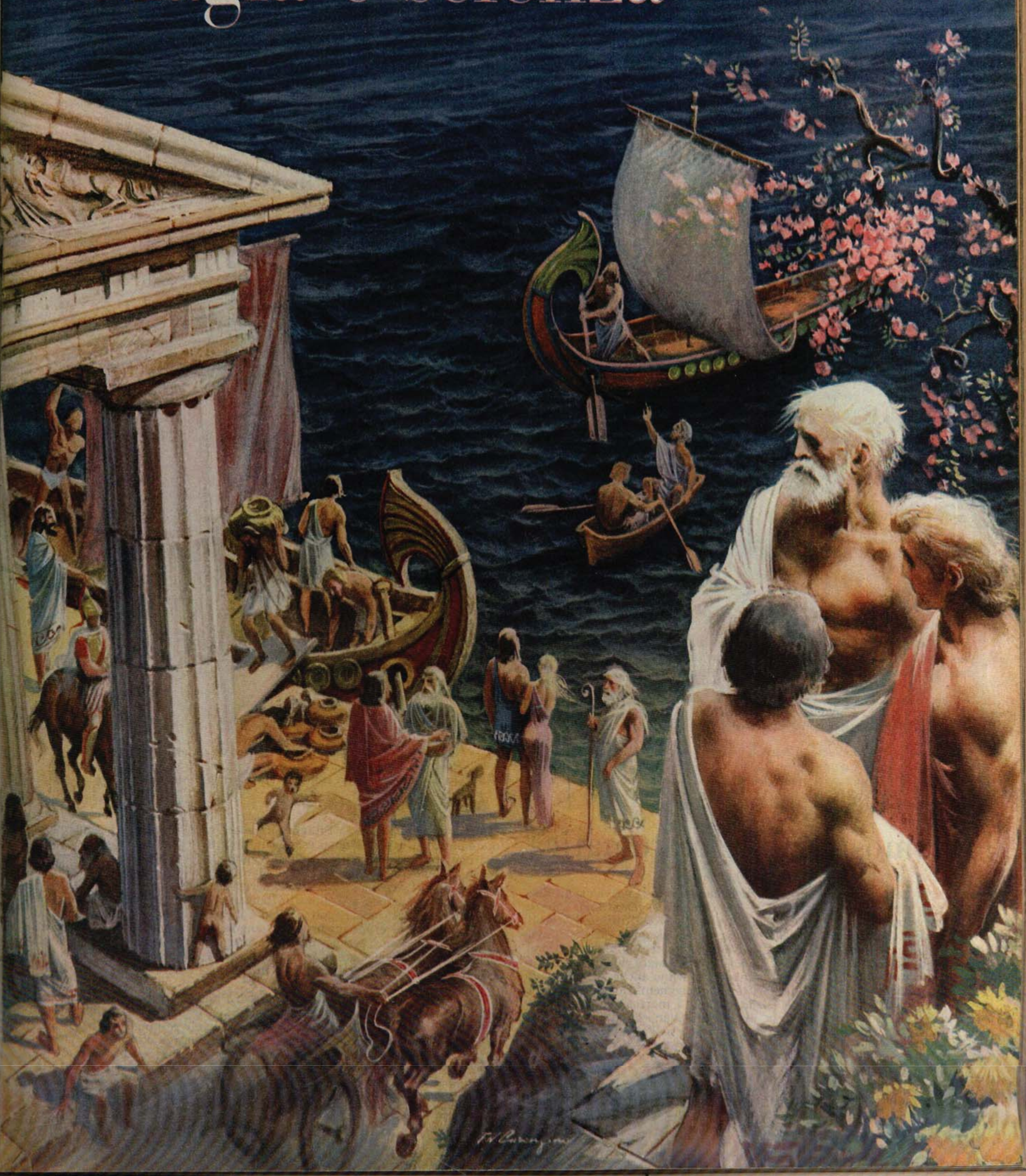
I marinai-mercanti della Fenicia e di Cartagine furono per lungo tempo i primi del mondo nell'arte della navigazione. Poi, però, i navigatori di lingua greca della Sicilia, di Creta, di Cipro, di molte isole dell'Asia Minore e della Grecia stessa riuscirono ad annullare questa superiorità. Verso il 400 a.C. i geografi greci avevano cominciato a disegnare carte geografiche sulle quali erano riportate le coste del Mediterraneo.

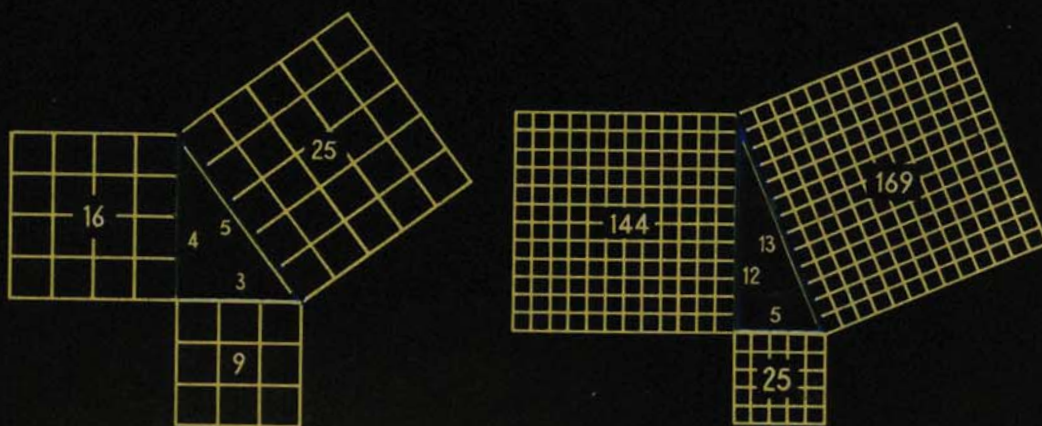
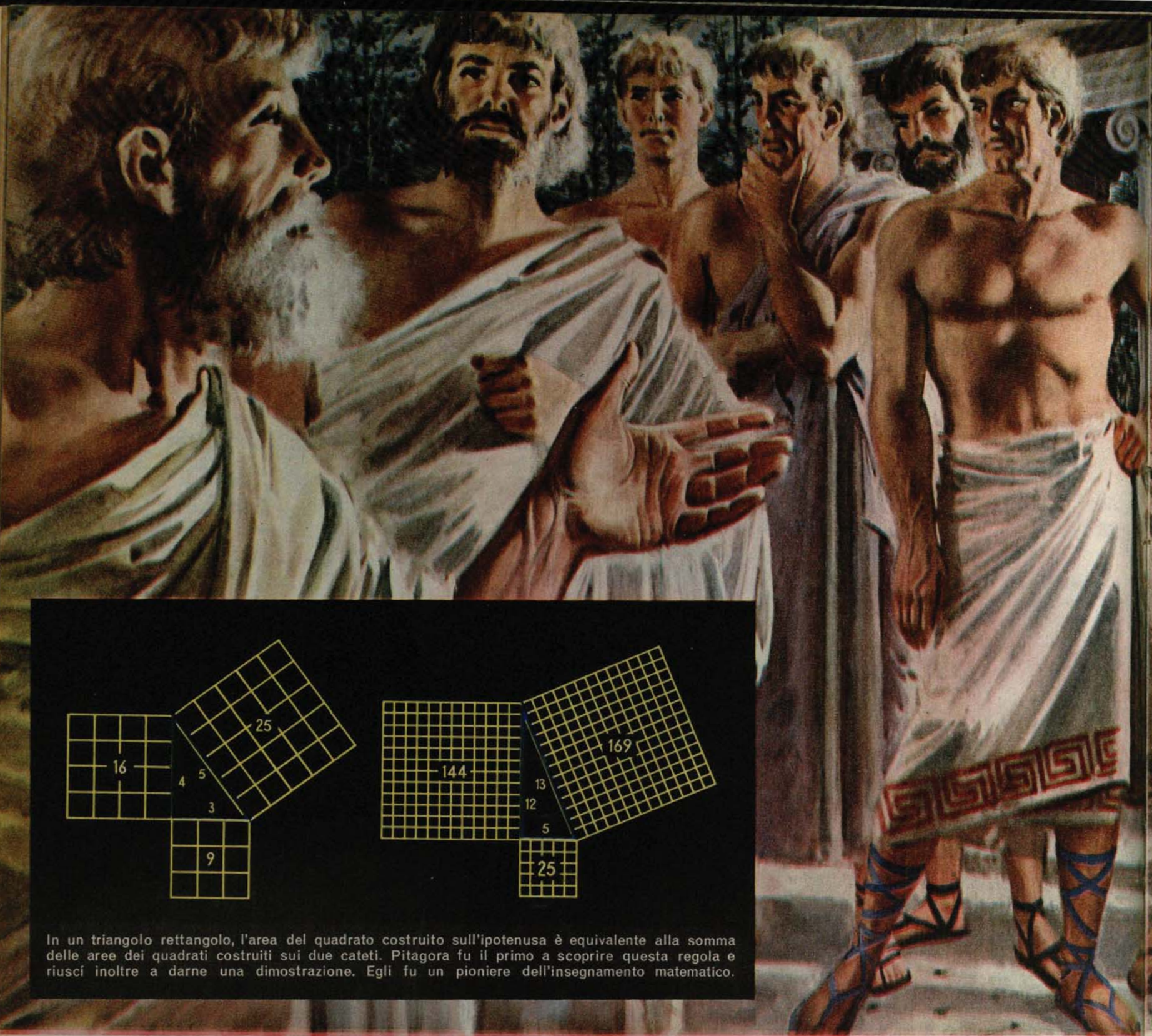
I Fenici lasciarono ai Greci un'eredità ancora più importante dell'arte di disegnare quelle rozze carte geografiche. Gli abitanti di Tiro e di Sidone, che parlavano una lingua simile all'ebraico, furono tra i primi popoli a servirsi di un nuovo tipo di scrittura. Invece di adoperare un numero enorme di simboli ideografici, ciascuno corrispondente a una parola, i Fenici avevano adottato un alfabeto fatto di pochi segni semplici, ognuno corrispondente a un suono particolare. Verso il 600 a.C. i Greci adattarono quest'alfabeto alla loro lingua: da allora fu molto facile perfezionare l'arte della lettura e la parola scritta non rappresentò più un segreto.

(2 - Continua)

Lancelot Hogben

Magia e scienza





In un triangolo rettangolo, l'area del quadrato costruito sull'ipotenusa è equivalente alla somma delle aree dei quadrati costruiti sui due cateti. Pitagora fu il primo a scoprire questa regola e riuscì inoltre a darne una dimostrazione. Egli fu un pioniere dell'insegnamento matematico.

L'arte della discussione raggiunse, presso gli antichi Greci, la sua massima fioritura. Poiché il lavoro di tutti i giorni veniva svolto in gran parte dagli schiavi, i liberi cittadini avevano a disposizione molto tempo per discutere gli affari della città.

Cominciarono così a nascere scuole dove i giovani potevano apprendere le cognizioni necessarie per partecipare ai pubblici dibattiti. Su molte di queste scuole era posta una scritta: «Non entri chi non conosce la geometria». Presso i Greci

La dimostrazione matematica

Gli antichi Greci vissero sulle coste del Mediterraneo e rivelarono una spiccata tendenza alla navigazione e al commercio marittimo. Queste attività apportarono loro ricchezze da altre terre e costituirono notevoli fonti di sapere. Poiché il lavoro quotidiano veniva eseguito dagli schiavi, i liberi cittadini della Grecia antica avevano molto tempo a disposizione per discutere gli affari della città e davano vita a lunghi duelli oratori.

Divenuti ormai padroni del nuovo alfabeto, avevano anche la possibilità di trascrivere e tramandare ai posteri le loro argomentazioni. Ogni volta che si spingevano al di fuori del Mediterraneo, i marinai apprendevano nuove cose che, al ritorno in patria, si trasformavano in altrettanti pretesti di dibattito. Ci furono alcuni che, affinitati nell'affascinante passatempo della discussione, raccolsero intorno a sé nuclei di discepoli desiderosi di apprendere i loro metodi.

Uno di questi maestri fu Pitagora. Prima del 500 a.C. egli fondò una setta, costituita da giovani cui rivelava i segreti della matematica dopo aver fatto loro giurare che non li avrebbero mai riferiti ad estranei. Il mistero di cui si circondò e la mescolanza di magia e di religione cui fece

ricorso, non impedirono a Pitagora di essere un pioniere dell'insegnamento matematico. Un secolo dopo esistevano in Atene scuole dove filosofi come Platone insegnavano ai giovani la politica, l'oratoria e la matematica senza pretendere alcun giuramento. Maestri ed allievi erano liberi di divulgare qualsiasi argomento mediante scritti accessibili a chiunque.

Lo studio pubblico e il dibattito portarono a un modo nuovo di concepire la matematica. I popoli antichi conoscevano molte regole utili per calcolare le aree e per misurare gli angoli, ma non avevano mai cercato di darne una dimostrazione mediante una serie di ragionamenti. I Greci, dialettici per eccellenza, sottoposero invece ogni regola alla prova della discussione. Per loro era di grande importanza essere pronti a rispondere a qualsiasi obiezione.

Per esempio, già molto tempo prima di Pitagora si sapeva che un triangolo i cui lati misurino rispettivamente 3, 4 e 5 lunghezze oppure 5, 12 e 13 lunghezze sono immancabilmente triangoli rettangoli. Ma Pitagora notò che queste due serie di numeri hanno qualcosa in comune. Proviamoci infatti a scrivere il quadrato dei numeri della prima serie: $3^2=9$, $4^2=16$, $5^2=25$. Se sommiamo insieme il quadrato dei due numeri minori ($9+16$) otteniamo il quadrato del numero maggiore (25). Ripetendo lo stesso calcolo con la seconda serie di numeri otteniamo lo stesso risultato: $5^2=25$, $12^2=144$, $13^2=169$. Sommando 25 a 144 otterremo 169.



infatti la geometria divenne una scienza vera e propria, anche se in un primo tempo le si attribuiva un valore quasi magico, segreto, e i maestri pretendevano dagli allievi il giuramento che non avrebbero mai svelato ad altri i misteri cui

stavano per essere iniziati. Più tardi il giuramento scomparve, la scienza si spogliò di ogni residuo di magia e la geometria si avviò a quella perfezione di cui ci è rimasta una straordinaria testimonianza negli «Elementi» di Euclide.



Un poligono regolare composto di sei lati difficilmente si potrebbe disegnare a mano libera.



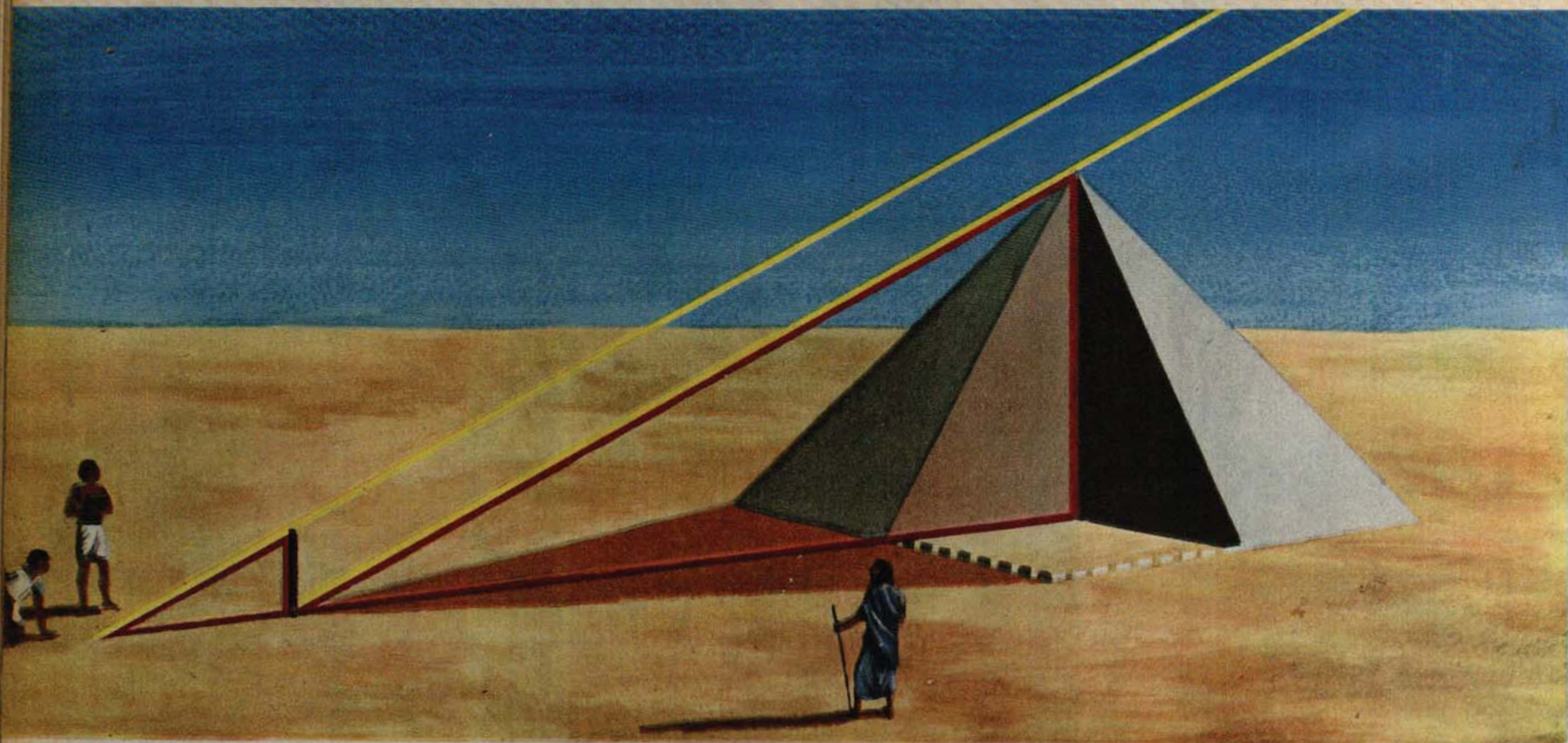
È in generale necessario ricorrere al compasso, tracciare un cerchio, poi dividerlo in archi uguali.



Si congiungano quindi i punti di divisione con altrettanti segmenti di retta e si ottiene l'esagono.



Così il maestro greco di matematica insegnava a tracciare una figura con i sei lati tutti uguali.

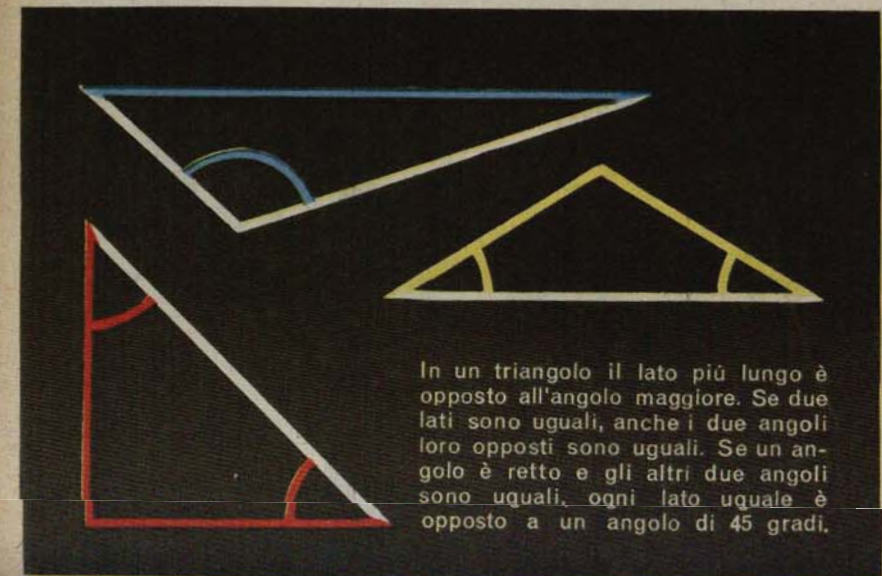


In questa figura vediamo due triangoli rettangoli: il primo ha per cateto minore l'altezza della piramide, il secondo un bastone. I due triangoli hanno gli angoli corrispondenti uguali, pertanto fra la lunghezza del bastone e quella della sua

ombra corre lo stesso rapporto esistente tra l'altezza della piramide e la lunghezza della sua ombra. In due triangoli simili, e cioè aventi gli angoli corrispondenti uguali, i rapporti fra due coppie di lati corrispondenti sono uguali.



Talete dava questa regola per calcolare la distanza di una nave dalla costa: due osservatori si dispongono sulla spiaggia in modo da poter vedere la nave sotto angoli di 90 e 45 gradi rispetto alla linea della costa. La distanza fra i due osservatori sarà allora uguale alla distanza della nave dalla spiaggia.



In un triangolo il lato più lungo è opposto all'angolo maggiore. Se due lati sono uguali, anche i due angoli loro opposti sono uguali. Se un angolo è retto e gli altri due angoli sono uguali, ogni lato uguale è opposto a un angolo di 45 gradi.

Queste relazioni portano a un'unica conclusione: il quadrato costruito sul lato più lungo è equivalente, per quanto riguarda l'area, ai due quadrati costruiti sui lati minori. Pitagora riuscì a scoprire questa regola, che appunto si insegna nelle scuole col nome di teorema di Pitagora. Ma egli si pose altre due domande. Primo: è sempre vera questa regola? Secondo: un triangolo i cui lati obbediscono a questa regola è necessariamente rettangolo?

Pitagora non si accontentò soltanto di raccogliere un gran numero di esempi per verificare che la risposta è affermativa in ambedue i casi, ma si assunse il compito ancora più ambizioso ed utile di provare col ragionamento perché essa è *sempre* affermativa.

Per convincere gli allievi della validità di una regola, l'insegnante greco di matematica, che era anche maestro di legge, trattava l'argomento come se si discutesse una causa dinanzi a un tribunale. E come un giudice o un giurato desiderano sapere con esattezza che cosa intenda un avvocato quando parla di violenza o di negligenza, così gli allievi desideravano conoscere con precisione che cosa volesse intendere il maestro quando parlava di figure, di linee o di angoli. In sostanza, l'insegnante doveva dare definizioni ben chiare, soddisfacenti.

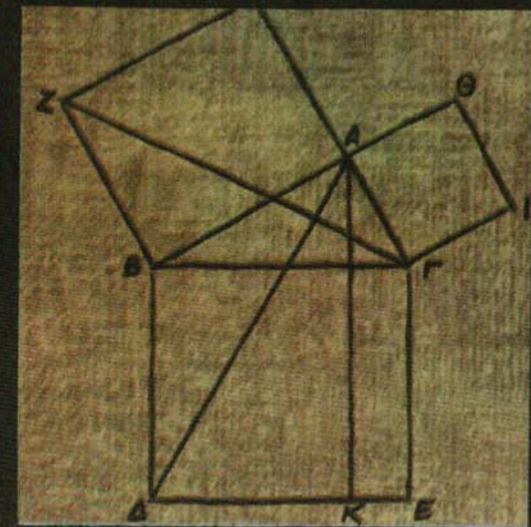
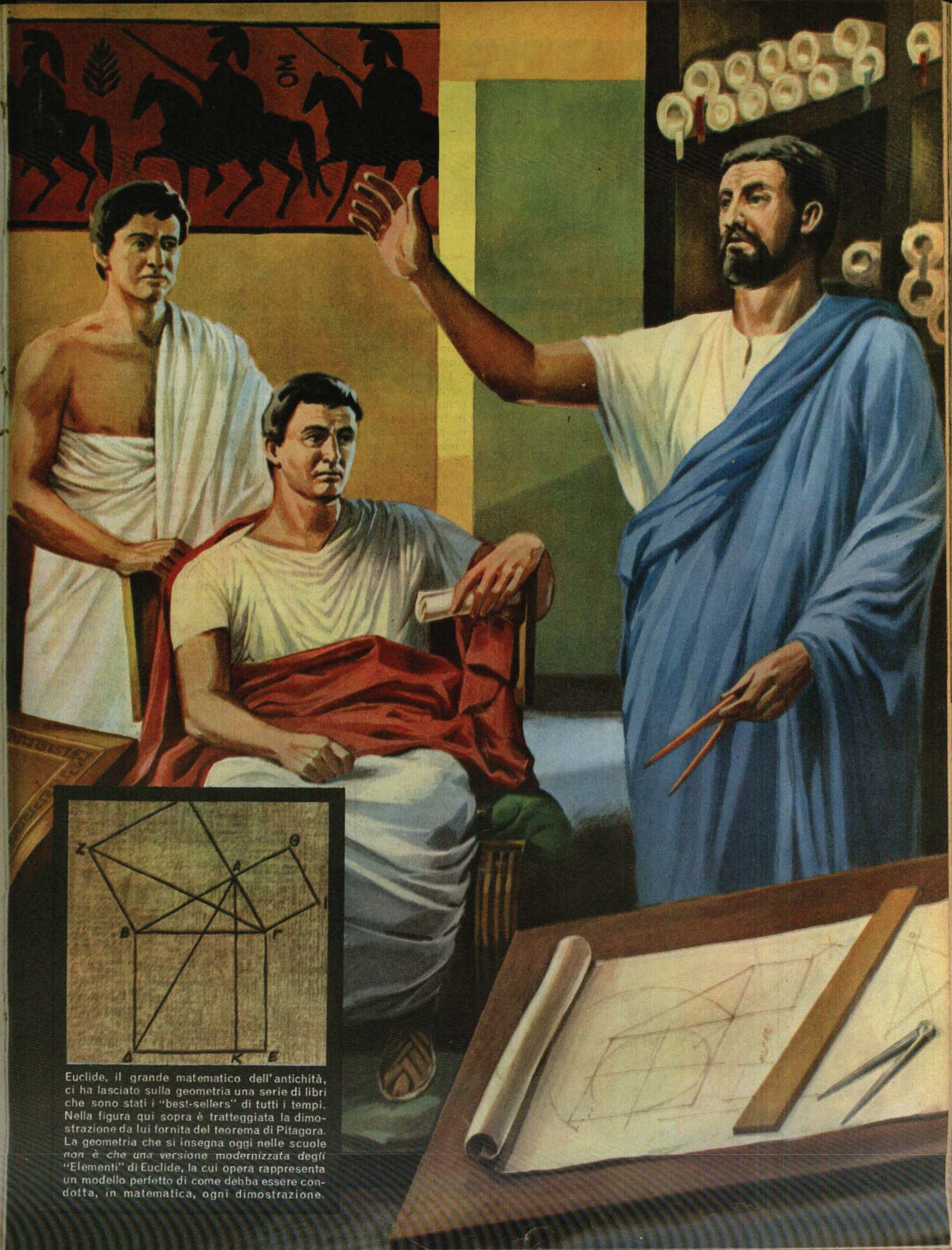
Non era facile trovare definizioni che potessero essere accettate da tutti. Le difficoltà erano molte. Come è possibile descrivere una linea retta in modo che tutti si rendano conto di ciò ch'essa sia? E in che modo si può definire un cerchio senza creare equivoci con altre figure curve, come la sfera e l'ovale?

L'argomento fu oggetto di molte discussioni e alla fine si giunse a concludere che il modo migliore per definire una figura, come ad esempio il triangolo o l'esagono, sia di basarsi sui mezzi che occorrono per ottenerla. Di qui nasceva un altro problema: quali sono i mezzi che possono essere accettati da tutti? La risposta fu semplice: la riga per tracciare le linee rette e il compasso per tracciare i cerchi.

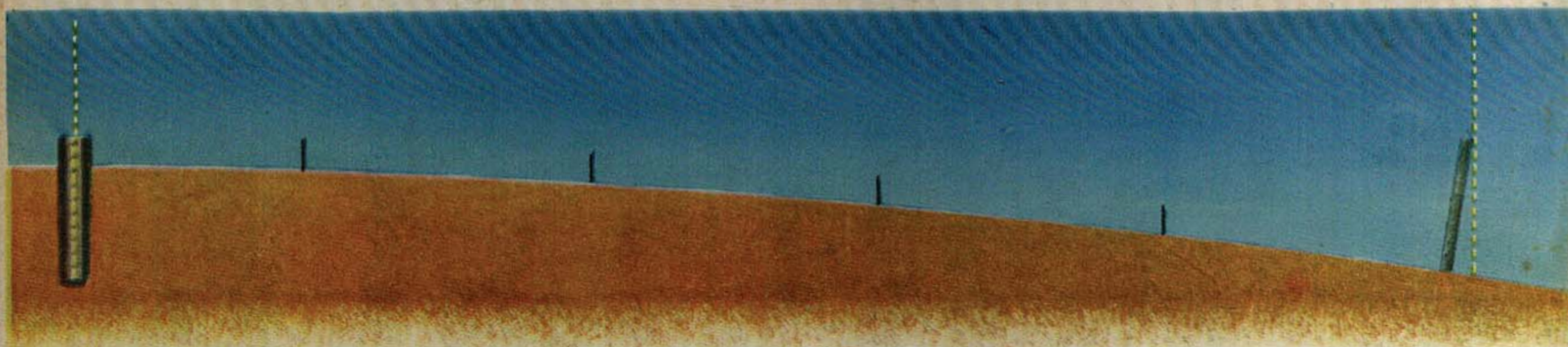
I Greci erano persone molto caute ed erano disposti a riconoscere un fondamento di certezza a ben poche cose. Credevano soltanto nelle definizioni e nelle idee assolutamente evidenti. Per il resto, pretendevano che tutto fosse dimostrato fino in fondo. Però l'insegnante, una volta dimostrata una regola nuova, poteva servirsene per dimostrarne un'altra e non aveva bisogno di ricominciare daccapo. Bastava dare un ordine sistematico alle diverse regole per evitare noiose ripetizioni. Quattro secoli prima dell'era cristiana Platone adottò questo criterio per impartire il suo insegnamento ai giovani Ateniesi.

Prima dei Greci le varie scoperte non erano mai state ordinate secondo un sistema logico. Una vera e propria scienza della geometria non era nata. C'erano solo alcune regole, prive di qualsiasi collegamento fra loro, alle quali si ricorreva per costruire triangoli di diverse forme, per ottenere angoli di varia grandezza, per trovare l'area o la circonferenza di un cerchio e, così via. Al tempo di Platone, invece, era già possibile trasformare queste nozioni in uno schema di regole ragionato e organico.

Questo sistema è arrivato fino a noi attraverso gli scritti di un uomo, Euclide di Alessandria. Verso il 300 a.C. Euclide scrisse una serie di testi che vanno considerati senza alcun dubbio i *best-sellers* di tutti i tempi.

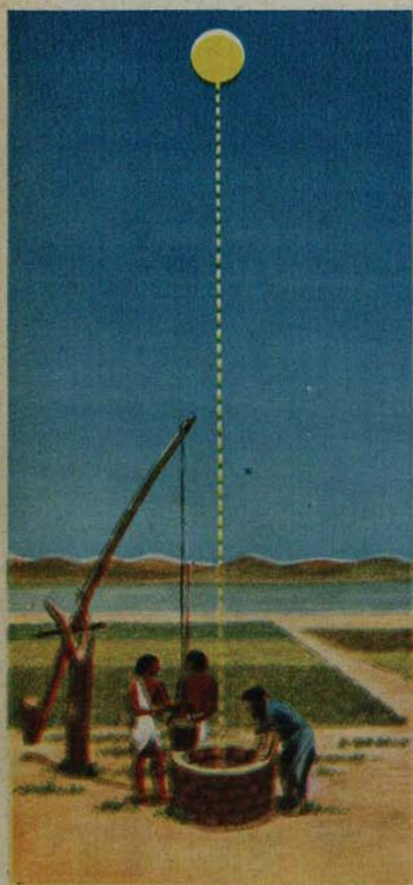


Euclide, il grande matematico dell'antichità, ci ha lasciato sulla geometria una serie di libri che sono stati i "best-sellers" di tutti i tempi. Nella figura qui sopra è tratteggiata la dimostrazione da lui fornita del teorema di Pitagora. La geometria che si insegna oggi nelle scuole non è che una versione modernizzata degli "Elementi" di Euclide, la cui opera rappresenta un modello perfetto di come debba essere condotta, in matematica, ogni dimostrazione.

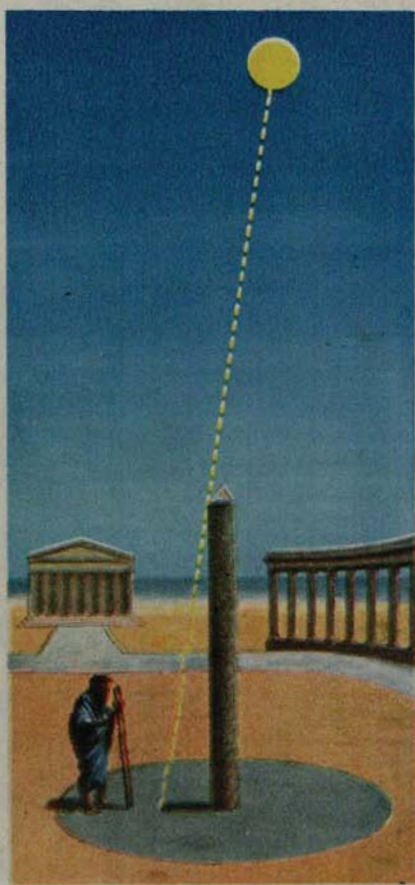


Eratostene sapeva che il 21 giugno, a mezzogiorno, il Sole si trovava perfettamente a picco sulla città di Siene, per cui i suoi raggi puntavano direttamente

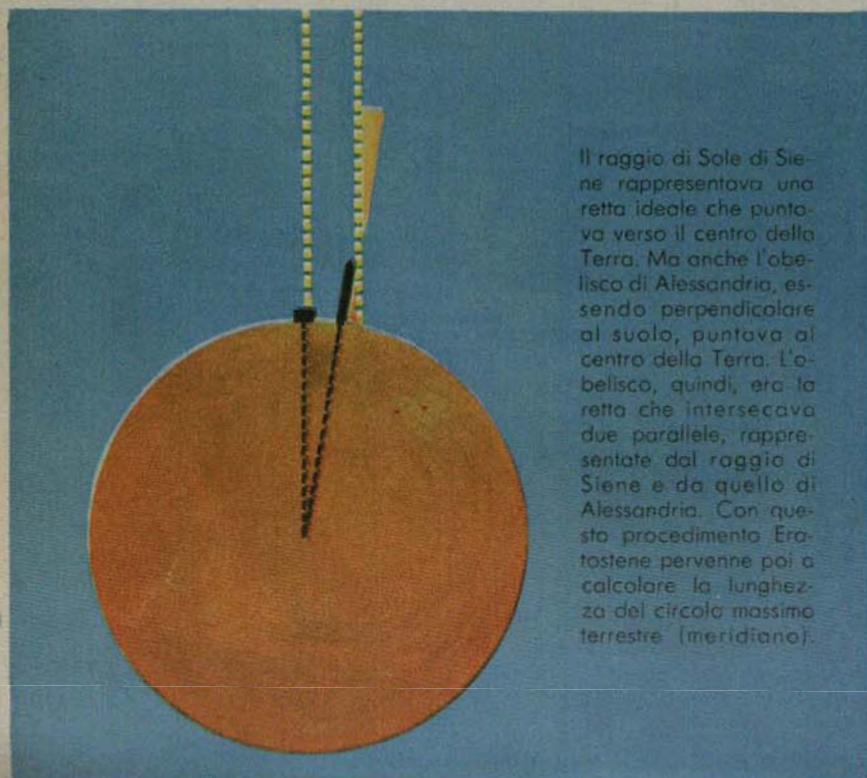
verso il centro della Terra. Egli pertanto calcolò l'inclinazione dei raggi solari ad Alessandria, situata sullo stesso meridiano, a 480 miglia circa da Siene.



A Siene esisteva un pozzo profondissimo, nel quale il Sole arrivava a specchiarsi, cadendovi perpendicolarmente.



Ad Alessandria Eratostene misurò l'ombra di un obelisco e calcolò un'inclinazione dei raggi di 7 gradi e 1/5.



Il raggio di Sole di Siene rappresentava una retta ideale che puntava verso il centro della Terra. Ma anche l'obelisco di Alessandria, essendo perpendicolare al suolo, puntava al centro della Terra. L'obelisco, quindi, era la retta che intersecava due parallele, rappresentate dal raggio di Siene e da quello di Alessandria. Con questo procedimento Eratostene pervenne poi a calcolare la lunghezza del circolo massimo terrestre (meridiano).

Mille anni dopo, quando già molti manoscritti greci erano andati perduti o distrutti, gli *Elementi* di Euclide venivano tradotti in arabo e studiati nelle università maomettane. Ancor oggi la geometria che si insegna nelle scuole è essenzialmente una versione modernizzata della geometria di Euclide.

Le conoscenze raggiunte oggi ci permettono di dire che Euclide riteneva valide alcune cose che non sono necessariamente vere quando applichiamo la geometria allo studio dell'astronomia. Infatti il sistema geometrico euclideo è soltanto uno dei tanti possibili. Esso, però, rimane a modello esemplare di come deve essere condotta una dimostrazione matematica. I Greci studiarono la geometria più per divertimento che per una pratica utilità, ma non tardarono ad accorgersi che le nozioni così acquisite potevano essere messe a profitto dell'architettura, della navigazione, dell'astronomia, della fabbricazione di strumenti musicali e della preparazione dei piani regolatori cittadini. Gli agrimensori, da parte loro, ne trassero grandi vantaggi nella misurazione dei terreni.

Tra le regole di cui i Greci divennero padroni al tempo di Pitagora vi erano queste due: 1) la somma dei tre angoli di un triangolo è uguale a due angoli retti, vale a dire a 180° ; 2) se un triangolo ha due angoli uguali, anche i due lati opposti ad essi sono uguali. Dalla prima regola risulta che se uno degli angoli è di 90° , cioè retto, e l'altro è di 45° , il terzo deve essere anch'esso di 45° . Dalla seconda regola risulta che i due lati opposti ai due angoli di 45° sono uguali.

Quando un raggio di Sole incontra la Terra con un angolo di 45° si può ottenere un triangolo di questo tipo, formato da un pilastro, dalla sua ombra e dallo stesso raggio solare. Allora l'agrimensore può facilmente calcolare l'altezza del pilastro senza bisogno d'arrampicarsi fino alla cima. Infatti tanto il pilastro che la sua ombra rappresentano i due lati opposti ad angoli di 45° e sono quindi di eguale lunghezza. Basta misurare l'ombra per conoscere anche l'altezza del pilastro.

La regola che caratterizza questo tipo di triangolo può essere applicata in molti altri modi. Per esempio ce ne possiamo servire per conoscere a che distanza si trovi una nave che segua una rotta parallela alla costa. Ci basta trovare un punto dal quale si veda la nave esattamente ad angolo retto e un altro punto dal quale la si veda sotto un angolo di 45° . La distanza fra questi due punti sarà uguale alla distanza della nave dalla costa.

Talete, il filosofo greco che fu un abile pilota e nello stesso tempo il maestro del giovane Pitagora, si vantava di aver insegnato il segreto di queste misurazioni ai sacerdoti egizi. Probabilmente avvenne il contrario, però è certo che i sacerdoti dell'Egitto non erano in grado di dare una spiegazione di questa regola. Essi non possedevano le qualità dialettiche dei Greci.

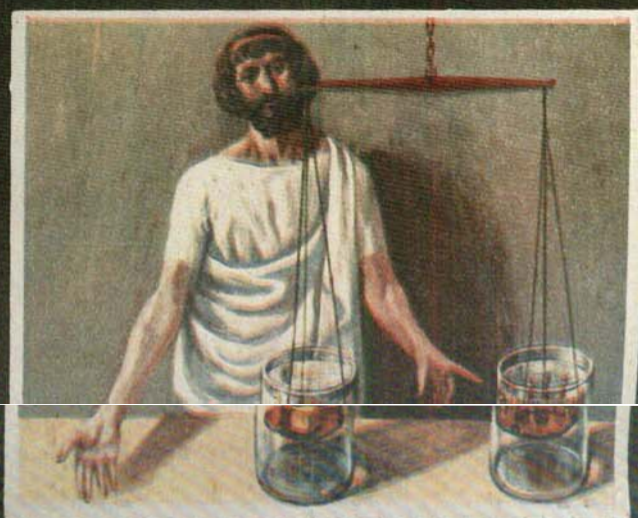
Probabilmente Talete conosceva anche un'altra regola per calcolare l'altezza di una piramide dalla misura della sua ombra. Pare, anzi, che la conoscessero anche i sacerdoti egizi, i quali non erano in grado tuttavia di dimostrare perché fosse sempre vera. Si tratta di un principio fondamentale nel campo della planimetria. Prendiamo due triangoli, tali che ad ogni angolo dell'uno corrisponda nell'altro un angolo eguale. I due triangoli avranno, cioè, angoli corrispondenti della stessa ampiezza. Se calcoliamo la lunghezza di due lati del primo triangolo, troveremo che tra essi esiste lo stesso rapporto che tra i due lati corrispondenti del secondo triangolo. Questo vuol dire che l'altezza di un palo è sempre nello stesso rapporto con la sua ombra di mezzogiorno. Non basta dire che più alto è il palo e più la sua ombra diventa lunga; bisogna aggiungere che l'altezza del palo e la lunghezza dell'ombra aumentano sempre nella stessa proporzione. Allo stesso modo il rapporto tra l'altezza di una piramide e la lunghezza della sua ombra, a mezzogiorno, è sempre lo stesso. Naturalmente bisogna calcolare la lunghezza dell'ombra immaginando che essa parta dal centro della piramide; perciò all'ombra visibile sul terreno si aggiunge la lunghezza di metà del lato di base della piramide.

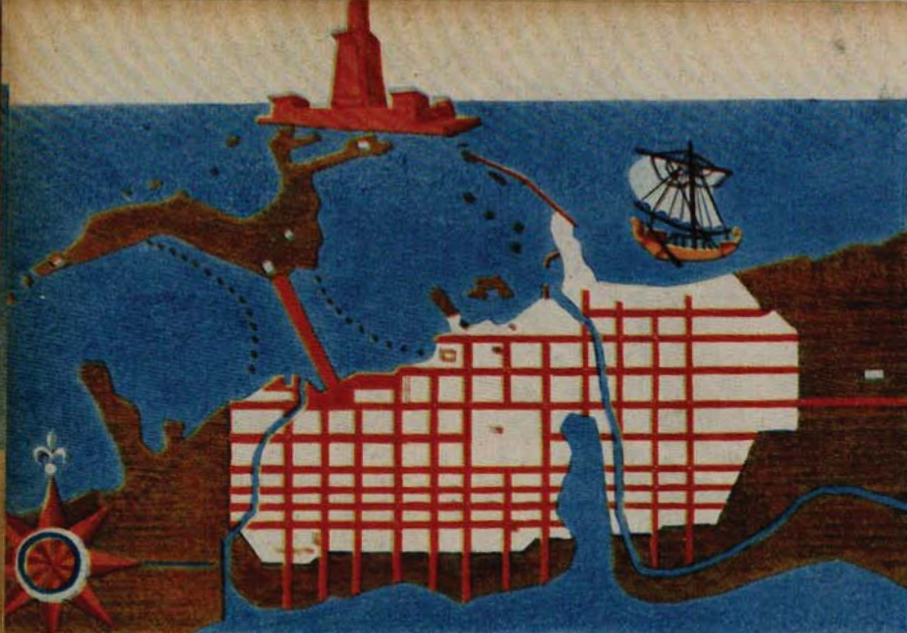
Questa regola degli angoli corrispondenti permette di misurare l'altezza di una piramide in qualsiasi stagione dell'anno. Invece, attenendosi all'altro principio del triangolo con due angoli di 45° , un calcolo del genere poteva essere fatto soltanto in determinati giorni, cioè quando il Sole, a mezzogiorno, si trovava all'altezza giusta per tracciare angoli dell'ampiezza necessaria. Solo trecento anni dopo Talete i Greci effettuarono la loro più



Archimede non solo fu un grande matematico, il più grande della sua epoca, ma inventò anche molte macchine geniali, una delle quali fu una vite che, girando in un cilindro a tenuta stagna, alzava l'acqua col proprio movimento. Essa fu sfruttata per svuotare le navi e per i lavori d'irrigazione.

Incaricato di accertare se una corona fosse d'oro puro o soltanto di una lega d'oro e argento, Archimede effettuò una delle sue più grandi scoperte: s'accorse che un corpo, immerso in un liquido, perde tanto del suo peso quanto è il peso del liquido spostato. È il principio d'Archimede.





Alessandria, che fu per settecento anni la capitale del sapere, era pianificata geometricamente. Celebre fu la sua biblioteca, nella quale si trovavano conservati i più preziosi manoscritti dell'antichità. Eratostene, che calcolò la circonferenza massima della Terra con una sbalorditiva approssimazione, fu curatore della biblioteca di Alessandria. La città aveva preso il nome da Alessandro Magno.

IL MERAVIGLIOSO MONDO DEI NUMERI

interessante scoperta nel campo della misurazione. La scena, ancora una volta, si svolge nella Valle del Nilo.

Alessandro Magno, che dalla Macedonia aveva esteso la sua sovranità a tutto il territorio della Grecia e oltre, nella vicina Asia, nel 332 a.C. conquistò l'Egitto e vi fondò una città che prese da lui il nome di Alessandria e divenne la capitale della cultura mediterranea. Nelle sue scuole insegnarono molti illustri matematici. Il più famoso fu Eratostene, al quale venne affidata negli anni intorno al 240 a.C. la cura della famosa biblioteca di Alessandria, ricca di preziosi papiri. Da uno dei testi conservati nella biblioteca, Eratostene apprese che la città di Siene (vicina all'attuale Assuan) si trovava quasi esattamente sul Tropico del Cancro e che il 21 giugno, al solstizio d'estate, il Sole di mezzogiorno si rifletteva nelle acque di un pozzo molto profondo. Questo voleva dire che il Sole si trovava a picco sul pozzo e che i suoi raggi vi cadevano perpendicolarmente, puntando verso il centro della Terra. Allora Eratostene si preoccupò di sapere quale fosse la posizione del Sole nel cielo di Alessandria nello stesso giorno e alla stessa ora. Gli bastò misurare l'ombra di un obelisco della città per dedurre che i raggi solari formavano con l'obelisco stesso un angolo di $71\frac{1}{5}^\circ$. Poiché i raggi del Sole non sono altro che rette parallele, la differenza inclinazione registrata a Siene e ad Alessandria non poteva essere attribuita che alla curvatura terrestre.

Eratostene non si fermò a questa constatazione e ragionò così: immaginiamo due rette parallele, la prima rappresentata dal raggio di Sole che cade su Alessandria e la seconda dal raggio di Sole che cade su Siene. Immaginiamo una terza retta, rappresentata dall'obelisco: essa taglia il raggio di Alessandria a breve altezza dal suolo, mentre si incontra col raggio di Siene al centro della Terra. Abbiamo così due parallele (i raggi solari) intersecate da una retta (quella determinata dall'obelisco di Alessandria).

I Greci sapevano che due parallele intersecate da una retta formano con questa angoli corrispondenti uguali. Perciò Eratostene poté stabilire che l'angolo fra Alessandria, il centro della Terra e Siene misurava $71\frac{1}{5}^\circ$, vale a dire la cinquantesima parte di un cerchio, che è sempre di 360 gradi. Poiché Siene si trovava quasi esattamente a sud di Alessandria, la strada che congiungeva le due città faceva parte di un grande cerchio immaginario che andava dal Polo Nord al Polo Sud. Stabilito che la strada misurava 480 miglia, il grande cerchio doveva essere uguale a 50 volte 480 miglia. Si otteneva così la circonferenza della Terra, pari a 24.000 miglia. Eratostene effettuò questo calcolo straordinario approssimato delle dimensioni della Terra circa 1700 anni prima che Magellano compisse il primo giro del mondo.

I Greci giunsero in questo periodo ad applicazioni della matematica che possiamo definire moderne. Archimede, il più grande ingegno matematico dell'epoca, fu l'inventore di molte macchine. Costruì una vite (la colea) che, girando in un cilindro a tenuta stagna, sollevava l'acqua col proprio movimento. La sua scoperta fu utilizzata per i lavori di irrigazione e per liberare dall'acqua le navi allagate. Una volta, mentre stava sperimentando con una torona, per stabilire se fosse d'oro puro o soltanto di una lega d'oro e d'argento, scoprì la legge del galleggiamento, che va appunto sotto il nome di principio di Archimede. Egli riuscì a stabilire che un corpo, quando viene immerso in un liquido, perde di peso esattamente quanto basta a controbilanciare il peso del liquido che sposta. I moderni densimetri, che servono a misurare la densità di un liquido, sono basati su questo principio.

Tra i molti contributi dati da Archimede alla scienza matematica bisogna anche annoverare la valutazione del π , da lui portata a un grado di maggiore esattezza. Abbiamo già visto che gli Egizi erano riusciti a darne una valutazione approssimativa calcolando la media dei perimetri di due quadrati, il primo circoscritto e il secondo inscritto in un cerchio. Sappiamo anche che si sarebbe potuta ottenere un'approssimazione maggiore sostituendo ai quadrati due figure con un numero maggiore di lati, per esempio un esagono o un dodecagono, in modo da limitare al massimo lo spazio tra la figura esterna e l'interna. Archimede andò oltre: eseguì i suoi calcoli con figure di 48 lati e riuscì ad ottenere una valutazione abbastanza esatta, tanto è vero che è possibile servirsene ancora oggi per molte applicazioni pratiche nel campo del disegno e dell'ingegneria.

Egli trovò anche il modo di calcolare il volume di molte figure solide e volle che due di queste, il cilindro e la sfera, fossero incise sulla sua tomba. Mezzo secolo dopo di lui visse Ipparco, il quale raccolse gli elementi essenziali della geometria greca in modo da semplificarne l'uso nell'astronomia e nell'agrimensura in quella che oggi si chiama «tavola dei seni».

Come abbiamo visto, la somma degli angoli di un triangolo è uguale a due angoli retti. Se un triangolo ha un angolo retto e un angolo A conosciuto, il terzo angolo B sarà dato dalla differenza tra l'angolo retto ed A. Perciò

$$\hat{B} = 90^\circ - \hat{A}$$

Il rapporto fra la lunghezza del lato opposto ad A e quella del lato più lungo del triangolo (ipotenusa) si chiama seno di A. Esso è sempre lo stesso per tutti i triangoli rettangoli che abbiano l'angolo A uguale. Il teorema di Pitagora permette di trovare il valore di questo rapporto, cioè il seno dell'angolo A, nel caso che questo sia di 30, 45 o 60 gradi. Ipparco

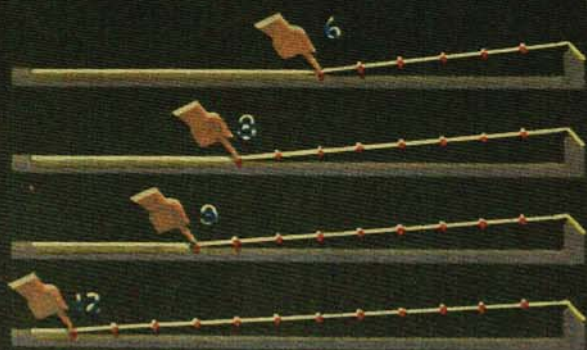
La somma dei primi due numeri dispari è $2 \times 2 = 4$. La somma dei primi tre è $3 \times 3 = 9$. La somma dei primi quattro è $4 \times 4 = 16$, e così via. I Greci furono attratti da queste figure che si costruivano coi numeri.

Uno dei segreti della setta di Pitagora stava nel saper calcolare immediatamente quei numeri che, costruiti secondo lo schema $1+2+3+4$ e così di seguito, davano le figure triangolari che vediamo qui sopra.

Il segreto dei pitagorici consisteva in questo: si prende la base del triangolo, cioè l'ultima cifra della serie, e la si moltiplica per la successiva. Si divide il risultato ottenuto per due e si ha il valore del numero.



Poniamo, ad esempio, che si voglia conoscere il valore di un numero triangolare che finisca col 5. Si moltiplica 5 per 6 (cioè per $5+1$) e si divide per due il risultato ottenuto: $30:2=15$, che è il numero cercato.



Anche la musica veniva considerata una branca della matematica, specialmente da Pitagora e dai suoi seguaci, i quali studiarono i rapporti esistenti tra il suono di una corda e la sua lunghezza. Le corde indicate nel disegno qui sopra sono di lunghezza 12, 9, 8 e 6 e corrispondono a note diverse, come do, fa, sol, do. Tale relazione fece pensare a un legame tra la musica e la matematica.



Circa duemila anni or sono le legioni romane occuparono la Gallia, una parte dell'Inghilterra, la costa dell'Africa settentrionale e una regione notevole del Medio

Oriente. In pratica, estesero il proprio dominio sul mondo conosciuto, apportarono ai popoli barbari nuove leggi, nuovi costumi, costruirono strade e ponti. Ma ci fu



La vastità raggiunta dall'Impero romano è mostrata da questa carta. In ogni parte del mondo Roma portò i propri ordinamenti. Tuttavia la lingua greca rimase ancora per molto tempo la vera lingua della cultura. Solo più tardi,

quando l'Impero romano decadde e custodi della cultura divennero i monaci della Chiesa, il latino sostituì completamente il greco. Ancora ai tempi di Cristoforo Colombo i libri di carattere scientifico erano scritti prevalentemente in latino.



qualcosa che gli antichi Romani non riuscirono mai a conquistare: l'arte del calcolo. Durante il periodo del massimo fulgore di Roma, la matematica fece ben pochi

passi in avanti. Ancor oggi, tuttavia, ricorriamo ai numeri romani per certi impieghi particolari; ad esempio per numerare i volumi o per indicare le ore sugli orologi.

scoprì una nuova regola che gli permise di stabilire il valore di molti altri seni. Per merito suo, perciò, l'astronomo e l'agrimensore ebbero una vasta scelta di angoli per condurre a termine calcoli e misurazioni.

Alessandria fu la capitale del sapere per settecento anni: era come il centro di un mondo nel quale veniva dato ogni incoraggiamento possibile allo sviluppo delle arti e delle scienze che abbisognavano dell'aiuto della matematica. Il commercio marittimo dette grande impulso allo studio della navigazione e dell'astronomia; le frequenti campagne militari resero sempre più indispensabili la planimetria e le mappe geografiche; la necessità di fabbricare armi da guerra portò a uno sviluppo degli studi minerari e meccanici. Probabilmente i progressi tecnici avrebbero potuto essere ancora più considerevoli se l'uso dei numeri non avesse rappresentato, per il mondo greco, una grossa difficoltà.

La parola aritmetica è di origine greca: anticamente, però, non aveva lo stesso significato di oggi, non stava ad indicare il calcolo numerico. Pare che volesse dire «passatempo con i numeri» o qualcosa del genere. Pitagora e i suoi discepoli dedicarono uno studio particolare ai numeri che rappresentavano le lunghezze delle corde musicali che dovevano dare le varie note della scala. Un altro loro «passatempo» fu rappresentato dai numeri figurati, i quali si prestavano ad essere disposti secondo schemi geometrici. I più noti sono i cosiddetti numeri triangolari 1, 3, 6, 10 e così via. Essi si ottenevano in questo modo: 1, 1+2, 1+2+3, 1+2+3+4 ecc. Uno dei segreti della setta di Pitagora consisteva nel saper calcolare immediatamente il valore di una qualsiasi di queste serie di numeri. La regola è semplice: per esempio, per conoscere il valore del quinto numero della serie non bisogna far altro che moltiplicare 5 per (5+1) e dividere il risultato per 2. Si ha così $5 \times 6 = 30$ che diviso 2 dà 15. Per avere il risultato del ventesimo numero si segue lo stesso procedimento: $20 \times (20+1) = 420$, che diviso 2 dà 210.

Un altro «passatempo», quello dei sassolini, deve aver suggerito ai Greci la regola per trovare rapidamente la somma dei numeri dispari consecutivi, a partire da 1. Se sommiamo dieci di questi numeri ($1+3+5+7+9+11+13+15+17+19$) il totale è $10 \times 10 = 100$. Se ne sommiamo venti, il totale è $20 \times 20 = 400$.

COMMENTARIUS PRIMUS

I. Gallia est omnis divisa in partes tres, quarum unam incolunt Belgae, aliam Aquitani, tertiam, qui ipsorum lingua Celtae, nostra Galli appellantur. Hi omnes lingua, institutis, legibus inter se differunt. Gallos ab Aquitanis Garumna flumen, a Belgis Matrona et Sequana dividit. Horum omnium fortissimi sunt Belgae, propterea quod a cultu atque humanitate provinciae longissime absunt, minimeque ad eos mercatores saepe comeant atque ea, quae ad effeminandos animos pertinent, important, proximique sunt Germanis, qui trans Rhenum incolunt, quibuscum continenter bellum gerunt. Qua de causa Helvetii quoque reliquos Gallos virtute praecedunt, quod fere quotidianis proeliis cum Germanis contendunt, cum aut suis finibus eos prohibent aut ipsi in eorum finibus bellum gerunt. Eorum una pars, quam Gallos obtinere dictum est, initium capit a flumine Rhodano; continetur Garumna flumen, qui in Oceanum, finibus Belgarum, attingit etiam flumen Rhenum, vergit ad septentrionem. Illae finibus oriuntur, pertinent ad septentrionem, qui spectant in septentrionem, qui Garumna flumine est ad Hispaniam.

I numeri romani e la lingua latina fanno parte del nostro patrimonio culturale. Opere di poeti, scrittori, filosofi, storici dell'antichità sono pervenute fino a noi intatte e costituiscono una preziosa eredità spirituale per l'uomo moderno.



I vecchi sistemi numerici non permettevano di compiere rapidamente e razionalmente le operazioni. Ecco, per esempio, come si moltiplica 123 per 165 mediante i

numeri romani. Si noti quanto spazio occupa il risultato finale. Occorreva un sistema che rinnovasse completamente la matematica ed esso fu escogitato in Oriente.

Un'altra sorta di «divertimento» con numeri e idee fu escogitata da Zenone, uno dei più illustri matematici di Alessandria. Egli sapeva benissimo che, durante una corsa podistica, il corridore più veloce sorpassa gli altri. Quando però volle affrontare il problema dal punto di vista matematico, gli risultò che teoricamente neppure il «più veloce» Achille avrebbe potuto superare una tartaruga. Il suo ragionamento fu questo: ammettiamo che Achille sia dieci volte più veloce della tartaruga e le dia un vantaggio di un decimo di miglio. Nel tempo che Achille impiega a percorrere questo decimo di miglio, la tartaruga ne percorre un centesimo. Mentre Achille percorre questa nuova distanza, la tartaruga compie un millesimo di miglio e mentre Achille avanza di un millesimo la tartaruga sarà più avanti di un decimillesimo. Poiché il ragionamento può essere continuato all'infinito, i Greci ritenevano di aver dimostrato che Achille sarebbe rimasto sempre un pochino indietro rispetto alla tartaruga. Evidentemente c'è un errore in tutta la dimostrazione e non è difficile trovarlo. Con il nostro sistema numerale la frazione $1/9$ si può anche scrivere con il numero decimale $0,\bar{1}$ dove il trattino sta ad indicare che il numero 1 deve essere ripetuto all'infinito: è una forma abbreviata che ci evita di scrivere $0,11111111...$ e via di seguito. Ora, se noi sommiamo $1/10 + 1/100 + 1/1000 + 1/10.000$ e così via all'infinito, otterremo $0,\bar{1}$ che, come sappiamo, è esattamente $1/9$. E poiché $1/10$, $1/100$ ecc. non sono altro che le varie distanze tra Achille e la tartaruga, ne risulta che Achille sarebbe riuscito a superare la sua antagonista dopo aver percorso $1/9$ di miglio. L'espressione «all'infinito» non deve trarci in inganno. Il nostro modo di scrivere i numeri ci permette di accorgerci che potremmo andare avanti finché vogliamo a sommare frazioni sempre più piccole: raggiungeremmo in ogni caso un limite.

Fu proprio l'alfabeto, che in tanti altri campi s'era rivelato di grande utilità, a rendere più difficile ai Greci l'arte del calcolo. I sacerdoti dell'antico Egitto si servivano di simboli figurati che stavano a rappresentare parole e idee. Per leggere era necessario conoscere a memoria migliaia di segni. I Greci, che avevano ereditato l'alfabeto dai Fenici, dovevano invece imparare soltanto poche lettere e ricordare il suono corrispondente a ciascuna. Ma essi si illusero che l'alfabeto, avendo semplificato enormemente il linguaggio delle parole, potesse servire a rendere ugualmente semplice il linguaggio dei numeri. In un primo tempo ricorsero alle iniziali delle parole, come se ad esempio noi oggi scrivessimo D per indicare dieci o C per cento. Le parole greche che significavano dieci, cento e mille erano deka (δεκα) hekto (ἑκτο) e kilo (χίλο), per cui furono scelti i segni Δ per 10, Η per 100 e Χ per 1000. Per scrivere numeri più grandi, si ripetevano tante volte questi stessi segni fino a ottenere la cifra voluta. Per indicare 5, 50 e 500 i Greci antichi ricorsero a segni particolari. A parte quest'ultima innovazione, il loro sistema per scrivere i numeri ricalcava quello egizio. Ecco, ad esempio, il numero 3420 scritto nelle due lingue:

Più tardi i Greci svilupparono un sistema completamente diverso. Si servirono delle prime lettere dell'alfabeto per i numeri da 1 a 9, delle successive per i numeri da 10 a 90, mentre per i numeri superiori ricorsero alle ultime lettere. È da tenere presente che per lungo tempo l'alfabeto greco variò da una regione all'altra e solo nel IV secolo a. C. assunse stabilmente i caratteri pervenuti fino a noi. Quando volevano moltiplicare un numero per mille lo facevano precedere da un trattino. Il solo vantaggio ottenuto con questo sistema fu che i numeri grandi occupavano poco spazio. Per esempio, 3420 era scritto ΓΥΚ. Si raggiungeva una maggiore rapi-

dità di scrittura, ma si rendevano i calcoli ancora più complessi. Quando un sacerdote egizio scriveva CCC NN III (323), vedeva subito che bisognava spostare tre pallottole nella colonna delle centinaia del suo abaco, due pallottole nella colonna delle decine e tre in quella delle unità. Quando un greco scriveva lo stesso numero ΤΚΓ (323) non ne ricavava alcun suggerimento per impostare il numero sull'abaco. Era perciò impossibile dar vita a una tavola pitagorica sul tipo di quelle che impariamo ad adoperare a scuola da bambini. I matematici di Alessandria possedevano papiri sui quali erano registrate tavole di moltiplicazioni già eseguite, utilissime per rendere il loro lavoro più rapido. Ma, se avessero dovuto annotare i calcoli che sono necessari nell'astronomia moderna, avrebbero avuto bisogno di papiri lunghi chilometri e chilometri.

Oggi ci si serve delle lettere dell'alfabeto per dar vita a una specie di stenografia matematica. Per esempio, invece di dire che l'area del triangolo è uguale alla base moltiplicata per l'altezza diviso due, scriviamo più brevemente $\frac{bh}{2}$. Ma per i Greci, che già impiegavano le lettere dell'alfabeto per scrivere i numeri, una stenografia di questo genere sarebbe stata impossibile.

I Romani, che succedettero ai Greci nel dominio del mondo mediterraneo, modellarono il loro sistema numerico su quello ellenico. Essi sono considerati a giusta ragione un popolo di conquistatori, ma ci fu una cosa che non riuscirono a conquistare mai: l'arte del calcolo. La più semplice delle moltiplicazioni rappresentava per loro un'operazione lenta, eseguita mediante un processo che richiedeva molto spazio. I mercanti romani si servivano dei numeri per effettuare le registrazioni sui propri libri contabili. Ma l'esecuzione dei vari calcoli era affidata agli schiavi che lavoravano con l'abaco.

Circa duemila anni fa le legioni romane conquistarono l'intera Europa meridionale, tutta la Gallia, gran parte della Gran Bretagna, la costa dell'Africa settentrionale e una vasta zona del Medio Oriente. Lungo le regioni da loro conquistate costruirono un'immensa rete di ottime strade, con magnifici ponti. Edificarono un nuovo sistema giuridico e di governo. Tuttavia, per lungo tempo, la lingua degli eruditi restò quella greca.

Nel quarto secolo dopo Cristo l'Impero romano fu diviso in due: la parte occidentale ebbe per capitale Roma, la parte orientale ebbe per capitale Costantinopoli, l'attuale Istanbul. In quel tempo l'Impero era sottoposto a fortissime pressioni, all'interno da parte delle truppe non romane in rivolta e alle frontiere da parte di potenti popolazioni barbare sul piede di guerra. A poco a poco l'Occidente perse ogni contatto con l'Impero orientale, dove continuò il culto della tradizione culturale ellenica e della lingua greca.

Quando l'Impero romano finì, non restò che la Grecia (e una piccola regione a nord di essa) a conservare qualcosa della sua gloriosa cultura passata. L'Occidente, invece, dimenticò sia la lingua che la scienza greche. Il poco che restò fu preservato dai monaci. Essi diffusero l'arte dello scrivere dalla Gallia all'Inghilterra. E poiché i monaci che si sparsero nell'Europa occidentale appartenevano alla Chiesa di Roma, la lingua ecclesiastica, il latino, divenne la lingua della cultura. Ancora ai tempi di Cristoforo Colombo i libri di teologia, di giurisprudenza e di medicina erano scritti prevalentemente in latino. I soli numeri usati erano quelli romani, che contrassegnavano in maniera diversa ogni colonna dell'abaco: M, C, X, I. Ancora oggi ci sono molte tracce di questa prolungata influenza del latino. I nostri libri portano tuttora indicazioni come vol. I, vol. II ecc. I quadranti degli orologi sono spesso contrassegnati con i numeri romani. Per progredire nell'arte del calcolo e della scienza l'Occidente aveva bisogno di un aiuto. E quest'aiuto venne dall'Oriente.

(3 - Continua)

Lancelot Hogben

4 - Il meraviglioso mondo dei numeri

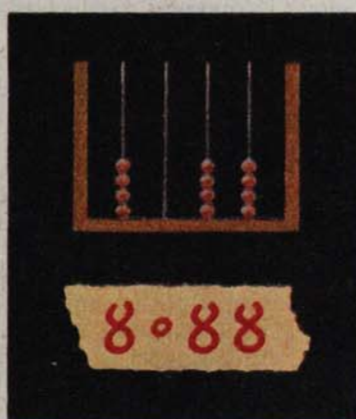
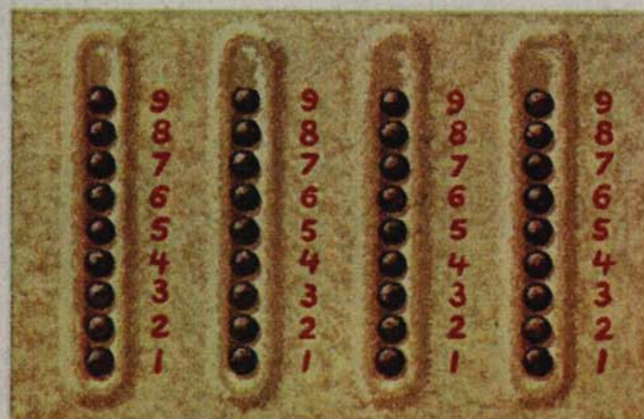
Lo zero viene dall'India



Già duemila anni or sono gli Indiani si servivano di segni particolari per scrivere i numeri. Ma la loro intuizione più geniale, dovuta probabilmente a uno scriba rimasto sconosciuto, fu di far ricorso a un punto per indicare lo zero. L'arte del calcolo poté fare così progressi enormi.



१ २ ३ ४ ५ ६ ७ ८ ९ ०



Il primo, notevole vantaggio, che ottennero gli Indiani col loro sistema numerico fu di eseguire i calcoli senza ricorrere all'abaco o ad altri intermediari. In sostanza essi non fecero altro che « trascrivere » l'abaco, trovando

un modo di renderlo graficamente. Né i Greci né i Romani avevano avuto questa intuizione. Assegnando a ogni numero un segno particolare, dallo zero al nove, diveniva possibile indicare sulla carta le diverse colonne dell'abaco.

Numeri e zero

Una delle più antiche civiltà del mondo si sviluppò in India, nella valle del fiume Indo. Anch'essa, come le civiltà del Nilo e dell'Eufrate, compì i primi progressi matematici mediante lo studio dell'astronomia: l'osservazione dei cieli rappresentava il passaggio obbligato per giungere alla costruzione dei grandi templi e al computo del tempo. Parecchi secoli prima dell'avvento della potenza romana, i matematici indiani erano già riusciti a trovare un valore molto approssimato di π .

Fino a circa 2000 anni fa gli Indiani probabilmente usavano numerali formati da trattini orizzontali. In un secondo tempo cominciarono a impiegare, come materiale per scrivere, le foglie di palme secche e il loro stile divenne più scorrevole. Allora unirono fra loro i vari trattini, per cui \equiv divenne Σ e \equiv si trasformò in Σ . In questo modo, a poco a poco, partendo dalle linee orizzontali, arrivarono ad avere un segno particolare per ogni numero fino a nove. Il vantaggio di questi segni era costituito dal fatto che potevano essere impiegati per indicare il numero delle pallottole in qualsiasi colonna dell'abaco.

Se il progresso si fosse fermato qui, non avrebbe significato molto. Se $\Sigma\Sigma$ indica due pallottole in due colonne qualsiasi, potrebbe significare tanto 22 quanto 202 o 2020 e così via. Non basta, quindi, conoscere il numero delle pallottole in una colonna, ma bisogna anche sapere a quale colonna esse appartengano.

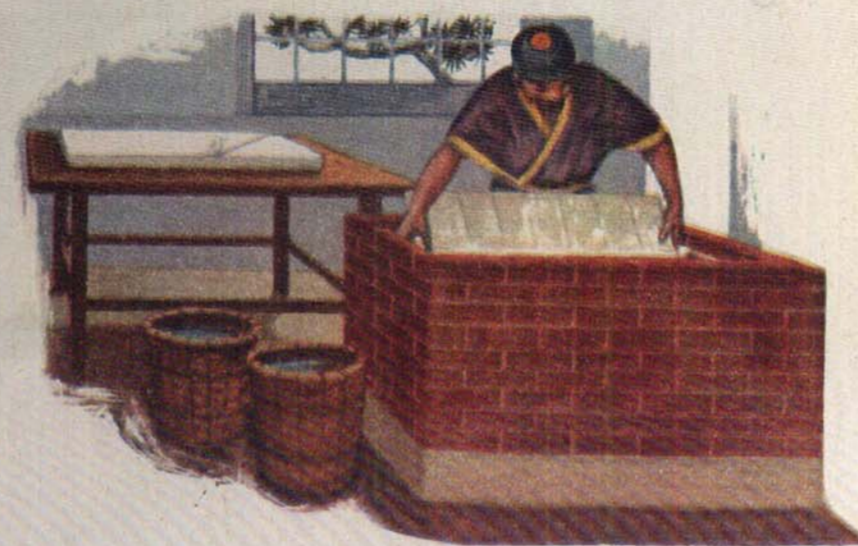
In qualche parte dell'India ci fu uno sconosciuto, probabilmente un contabile, che trovò il sistema per risolvere questo problema. Il criterio adottato fu di scrivere all'estrema destra il segno che indicava il numero delle pallottole nella colonna delle unità, affiancandogli a sinistra il segno delle pallottole poste nella colonna delle decine e così via. Per indicare una colonna vuota si servì di un punto, così come noi oggi ci serviamo dello zero. Perciò, quando scriveva $\Sigma\Sigma$ indicava soltanto 22 e quando scriveva $\Sigma.\Sigma$ indicava 2020. Con questo sistema non sono più necessarie le ripetizioni, che richiedono molto spazio. Uno stesso segno serve a indicare lo stesso numero di pallottole, in ogni colonna dell'abaco, in quella delle unità come in quella delle migliaia. Il risparmio dello spazio è tuttavia un vantaggio limitato, come impararono a loro spese i Greci. Il vero progresso, rappresentato dal sistema indiano, fu di rendere possibile il calcolo direttamente con le cifre, senza ricorrere all'abaco.

Gli antichi sistemi di scrittura (l'egizio, il babilonese, il greco, il romano e il cinese) si servivano, per indicare lo stesso numero di pallottole, di simboli diversi a seconda della colonna dell'abaco in cui esse si trovavano. Di conseguenza, per poter eseguire delle operazioni con simili numeri era necessario conoscere tavole per l'addizione e la moltiplicazione diverse per ciascuna colonna. Al contrario, quando si hanno a disposizione nove segni, ciascuno dei quali dà il numero di pallottole indifferentemente per ogni colonna, mentre lo zero sta ad indicare la colonna vuota, basta imparare una sola tavola, perché essa sarà valida per qualsiasi colonna.

Il linguaggio dei numeri escogitato dagli Indiani provocò ben presto una rivoluzione nell'arte del calcolo. I matematici dell'India incominciarono a scrivere le frazioni come le scriviamo noi oggi. Nel 500 d.C. esistevano in India calcolatori in grado di risolvere problemi che avevano

messo in difficoltà i più grandi studiosi dell'antichità. Il matematico Varahamihira era riuscito a prevedere col calcolo la posizione dei pianeti. Un altro studioso, Aryabhata, trovò la regola per estrarre le radici quadrate e diede una valutazione del π che ancora oggi riesce utile in molti casi: 3,1416.

Intorno all'800 dopo Cristo i mercanti indiani, seguendo la vecchia strada carovaniera che passava attraverso la Persia e la Mesopotamia, introdussero i nuovi numeri a Bagdad, che in quel periodo stava diventando rapidamente il più grande centro di cultura del mondo. All'inizio del settimo secolo, Maometto, fondatore della religione musulmana, aveva unito sotto il proprio scettro l'intera Arabia. Dopo la morte del profeta, per più di tre secoli, i suoi seguaci diffusero la nuova religione nell'Africa settentrionale, in Spagna, nel Portogallo, nelle principali isole del Mediterraneo e in Asia, dove si spinsero fino al fiume Indo. Bagdad era stata fondata nel 762 ed era divenuta la capitale di un impero in rapido sviluppo. Una quarantina d'anni dopo, sotto il califfato di Harun el-Raschid, poteva già essere considerata la capitale del sapere, come Alessandria lo era stata al tempo dei Greci e dei Romani. Essa raccolse il meglio della cultura sia occidentale che orientale. Dall'Oriente vi giunsero mercanti e matematici con la nuova aritmetica e i numeri indiani. Dall'Occidente eretici, fuggiti dai loro Paesi, introdussero copie di pubblicazioni scientifiche scritte nel periodo alessandrino: trattati di astronomia, opere di geografia e gli *Elementi* di Euclide. La scienza greca, così, si diffuse nel mondo maomettano, arricchita di un'aritmetica molto superiore a quella dei Greci. A un simile patrimonio di conoscenze in continuo svi-



Prigionieri cinesi giunti a Bagdad, divenuta capitale del mondo musulmano, insegnarono l'arte di fabbricare la carta. Prima d'allora si scriveva su foglie di palma. In breve tempo Bagdad divenne la nuova capitale della cultura mondiale.



Gli astrologi persiani, che attribuivano un valore magico alla loro conoscenza dei cieli, furono accolti con tutti gli onori alla corte del Califfo di Bagdad. Questo testo di astrologia si conserva presso il Museo Britannico.



Un astrolabio arabo dell'XI secolo. Gli astronomi musulmani fornirono ai navigatori del tempo almanacchi per regolare la navigazione col sole e le stelle e studiarono e approntarono nuovi strumenti nei loro osservatori.

luppo, l'Oriente diede altri due contributi. Prigionieri cinesi, catturati durante una scaramuccia alla frontiera, introdussero a Bagdad l'arte di fabbricare la carta. Da parte loro gli astrologi persiani suscitarono un interesse spiccato per l'astronomia.

Nelle scuole di Bagdad si sviluppò la trigonometria. Impadronitisi della nuova aritmetica indiana, i matematici musulmani furono in grado di trarre maggior profitto dalla geometria di Euclide e di Archimede.

Verso l'anno 1000 la maggior parte dell'Impero romano era nelle mani dei musulmani. La Spagna era occupata dai Mori, seguaci di Maometto, e si giovò in maniera particolare di questa nuova cultura. Nelle sue università si studiavano la geometria dei Greci, l'aritmetica indiana e l'astronomia, la trigonometria e la geografia, al cui progresso avevano dato un considerevole contributo gli scienziati di Bagdad.

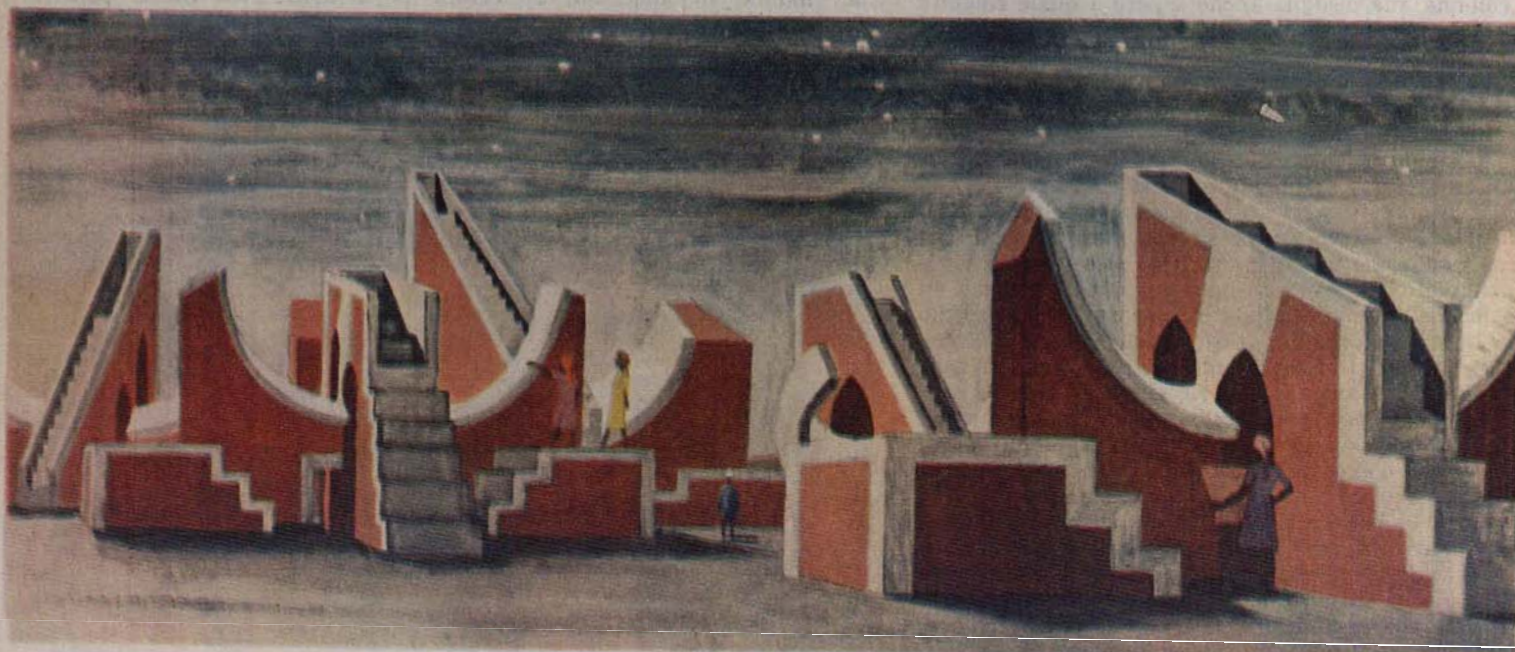
All'inizio del XII secolo un monaco cristiano, Abelardo di Bath, si travestì da musulmano e studiò per molti anni nell'università di Cordova, dove tradusse le opere di Euclide e del matematico arabo Alkarismi. Al ritorno in Gran Bretagna, portò con sé queste traduzioni.

Nel 1400 d.C. i mercanti italiani, francesi, tedeschi e inglesi avevano già adottato i nuovi numeri e in tutta Europa sorsero scuole per l'insegnamento della nuova aritmetica. Mezzo secolo dopo, in seguito all'invenzione della stampa, cominciarono ad uscire dalle tipografie testi di aritmetica ed almanacchi nautici.

Spesso, diffondendosi da un Paese all'altro, i nuovi numeri cambiarono forma, ma conservarono sempre la caratteristica di essere nove più lo zero. Non bisogna credere, tuttavia, che l'accoglienza ad essi riservata fosse subito favorevole. Nel XIII secolo fu emessa a Firenze una legge speciale che proibiva ai banchieri di servirsene. Un secolo dopo l'università di Padova pretese che il prezzo dei libri fosse indicato coi numeri romani. Il vantaggio che presentavano i numeri indiani, però, era troppo evidente perché non se ne diffondesse l'uso. Durante il XV secolo essi furono adottati, per la navigazione e il commercio, in tutta l'Europa occidentale. È vero che per molti anni ancora ci fu chi preferì servirsi dell'abaco e del pallottoliere, ma il numero di coloro che davano la preferenza alla nuova aritmetica andò aumentando costantemente.

I libri usciti dalle prime stamperie contenevano numerose regole per eseguire le quattro operazioni e tavole numeriche di diversi tipi. In gran parte si trattava di metodi primitivi, che oggi possono interessare soltanto come curiosità storiche. Però in questi antichi testi c'era qualcosa di molto interessante: l'adozione dei segni abbreviativi $+$ e $-$. Probabilmente essi non furono invenzioni strettamente matematiche. Pare che, inizialmente, fossero usati nei magazzini per indicare le balle che superavano o non raggiungevano un certo peso. La loro utilità divenne subito evidente e in seguito furono introdotti altri segni: \times per la moltiplicazione, $:$ per la divisione, $=$ per l'uguaglianza e \therefore per indicare *quindi*, *pertanto*, cioè che una certa espressione dipende dalla precedente.

Molto tempo prima che i numeri moderni si diffondessero nell'Europa cristiana, i matematici indiani e musulmani avevano escogitato diversi sistemi per risolvere certi problemi per i quali oggi facciamo ricorso all'algebra. Ma se è vero che algebra è una parola araba, non bisogna pensare che i matematici musulmani avessero raggiunto in questo campo uno stadio paragonabile all'attuale. Essi non giunsero ad utilizzare le lettere dell'alfabeto. La sola abbreviazione cui ricorsero fu il segno $\sqrt{\quad}$ per indicare la radice quadrata. L'algebra come la conosciamo noi cominciò a prender forma gradualmente molto tempo dopo, verso il 1600. Per rendersi conto di come si sviluppò il nuovo sistema basta partire da



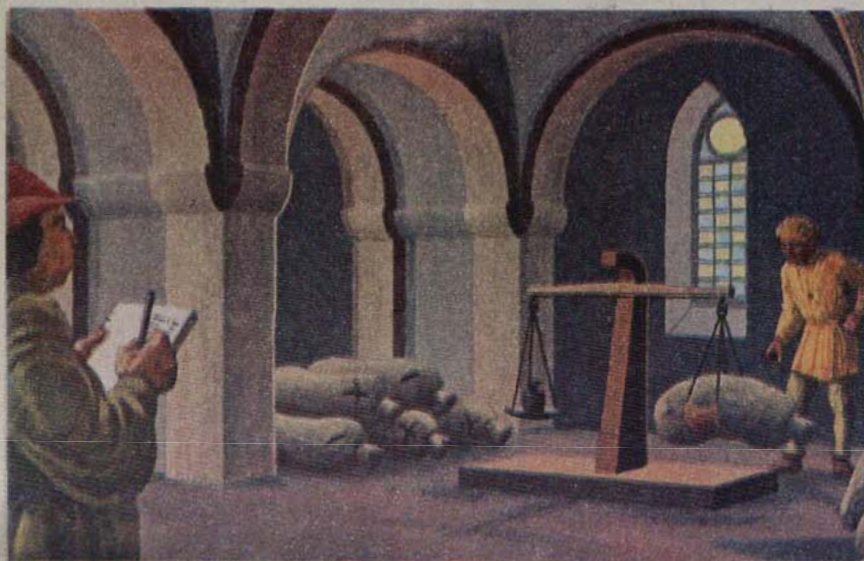
Gli astrologi persiani riuscirono, con l'esattezza delle loro previsioni sui moti degli astri, ad ottenere un grandissimo credito a Bagdad, per cui il Califfo ordinò di costruire e mettere a loro disposizione grandi osservatori astronomici. Nella pagina a destra: Gli eretici fuggiti dall'Occidente portarono a Bagdad copie delle pubblicazioni apparse ad Alessandria, tra cui la geometria di Euclide e opere di geografia e astronomia.





La carta mostra come la nuova cultura si sviluppò nel mondo occidentale. I disegni posti accanto alle frecce rosse indicano i diversi generi di esperienze e nozioni che s'incontrarono e si mescolarono a Bagdad. Le frecce blu indicano le vie attraverso le quali i musulmani diffusero, partendo da Bagdad, la loro

cultura. L'area colorata in verde chiaro rappresenta il loro vastissimo impero. Le frecce bianche stanno a indicare, invece, per quali vie la cultura musulmana influenzò gli altri Paesi, senza esservi portata direttamente dai musulmani. In alto a destra è possibile avere un quadro dell'evoluzione com-



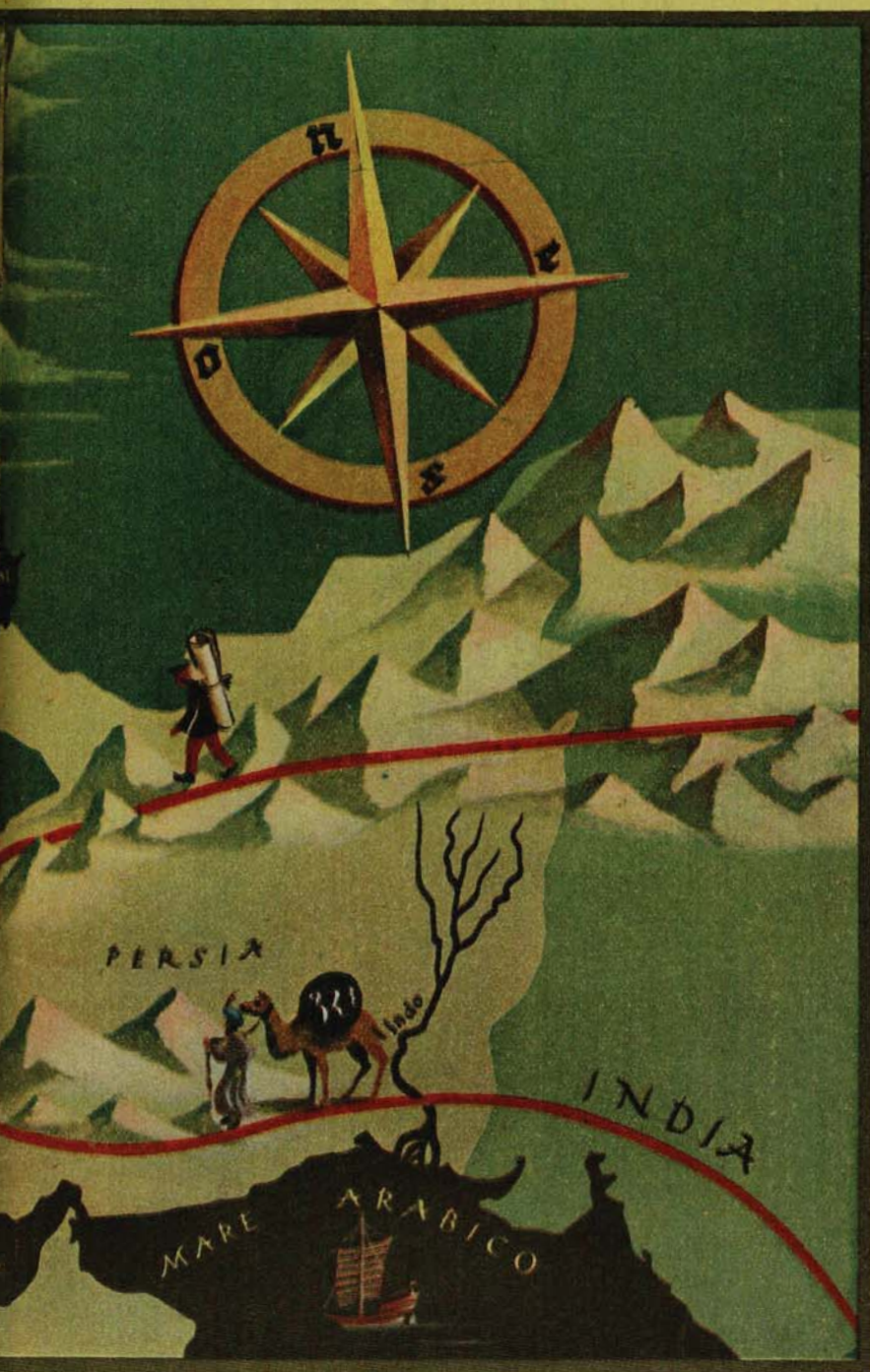
I segni di abbreviazione come il + e il — sorsero in Europa, dopo l'adozione dei numeri indiani. Il + e il — vennero usati inizialmente nei magazzini dei mercanti per contrassegnare le balle che superavano o erano inferiori a un certo peso.

un problema molto semplice: qual è quel numero che, moltiplicato per due e diviso per tre, dà il risultato di 40? I matematici indiani e musulmani sapevano ragionare così: se 40 è i due terzi del numero, un terzo di esso sarà uguale alla metà di 40, cioè a 20, che moltiplicato tre ci darà 60, il numero che cercavamo. Un antico aritmetico avrebbe messo il problema in questo modo: trovare il numero sapendo che $(2 \times \text{numero}) : 3 = 40$ e avrebbe scritto la soluzione così:

$$\frac{2 \times \text{num}}{3} = 40 \therefore \frac{\text{num}}{3} = 20 \therefore \text{num} = 3 \times 20 = 60$$

Nell'algebra moderna si scrive n invece della parola numero, si toglie il segno \times e si scrive la soluzione così:

$$\frac{2n}{3} = 40 \therefore \frac{n}{3} = 20 \therefore n = 60$$



più dai numeri indiani in sei secoli, attraverso le trasformazioni imprime ad essi dagli Arabi, dagli Spagnoli e dagli Italiani. Qui a destra è riprodotto un disegno ricavato da un trattato di matematica del XV secolo: un maestro d'aritmetica insegna a un fanciullo come si eseguono le operazioni.

INDIANI, 800

१ २ ३ ४ ५ ६ ७ ८ ९ ०

ARABI, 900

١ ٢ ٣ ٤ ٥ ٦ ٧ ٨ ٩ ٠

SPAGNOLI, 1000

1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

ITALIANI, 1400

1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



Nelle scuole europee si perfezionarono i metodi di calcolo con i numeri venuti dall'Oriente e nel 1600 cominciò a prendere forma l'algebra, che portò l'aritmetica scritta a un livello ancora più alto. La scienza giungeva a una svolta.

L'insegnante musulmano del 1200 conosceva senza dubbio molte regole per risolvere problemi di questo genere, ma era costretto a servirsi di ragionamenti lunghi e complessi. Per esempio, se conosciamo già il risultato che si ottiene moltiplicando un numero per un altro e dividendo il tutto per un terzo numero (è il caso dell'esempio riportato sopra), possiamo conoscere il primo numero moltiplicando il risultato a noi già noto per il terzo numero e dividendo il tutto per il secondo numero. Oggi questo procedimento si scrive in modo molto più sintetico indicando con n il primo numero, con s il secondo, con t il terzo e con r il risultato. Allora la regola diventa molto più semplice da ricordare:

$$\text{Se } \frac{sn}{t} = r \text{ allora } n = \frac{tr}{s}$$

Con i nuovi numeri, una nuova aritmetica e i primi elementi di una nuova algebra l'Europa era pronta ad affrontare i molti problemi pratici che stavano per affacciarsi: l'età delle grandi scoperte batteva alle porte.





H. Loring

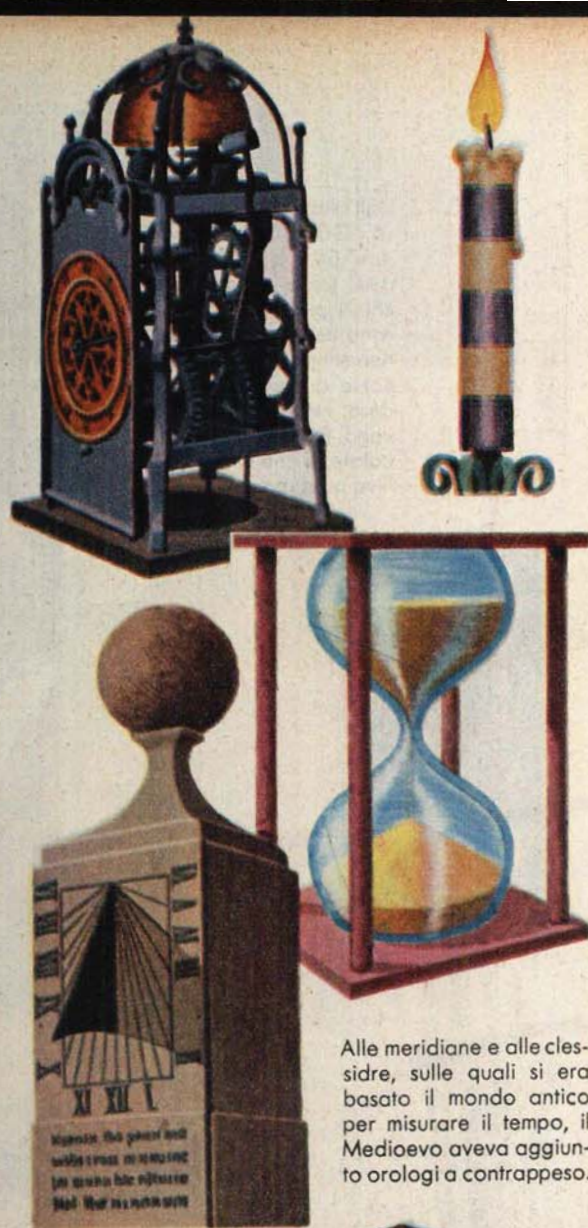
Galileo Galilei

Colombo, Drake, Vespucci, Magellano e tutti gli altri grandi navigatori che aprirono nuove vie di comunicazione, attraverso l'Atlantico, tra l'Oriente e l'Occidente, dovettero affrontare un problema che a volte fu di vita o di morte: trovare la longitudine. Ancora molti anni dopo questi pionieri, un capitano che era già quasi in vista dell'isola cui era diretto ritenne di essersi spinto troppo ad Ovest e di aver oltrepassato il suo obbiettivo. Tornò indietro verso Est e percorse 300 miglia prima di rendersi conto del proprio errore e invertire la rotta un'altra volta. Ma intanto, nel tempo necessario a percorrere inutilmente 600 miglia, molti membri del suo equipaggio morirono di fame e di scorbuto.

Prima che fossero adottati sistemi nuovi e più semplici per stabilire la longitudine, i navigatori non avevano la possibilità di localizzare con esattezza sulla carta geografica la posizione della loro nave. Per determinare la longitudine è necessario conoscere il tempo locale del posto in cui ci si trova, in modo da poterlo confrontare con il tempo locale di un punto fissato in partenza. Tolomeo di Alessandria riuscì a stabilire approssimativamente la longitudine di sei o sette località confrontando i tempi delle eclissi lunari visibili da luoghi diversi. Gli astronomi e i geografi musulmani conoscevano la longitudine di una ventina di città: era un progresso notevole, ma il capitano di una nave ha bisogno di poter determinare la longitudine in qualsiasi luogo e in qualsiasi momento e perciò gli sono necessari strumenti precisi per misurare il tempo.

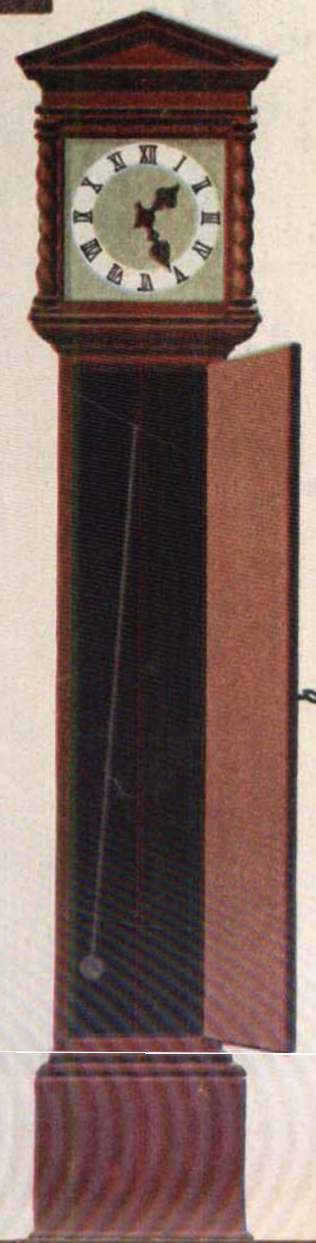
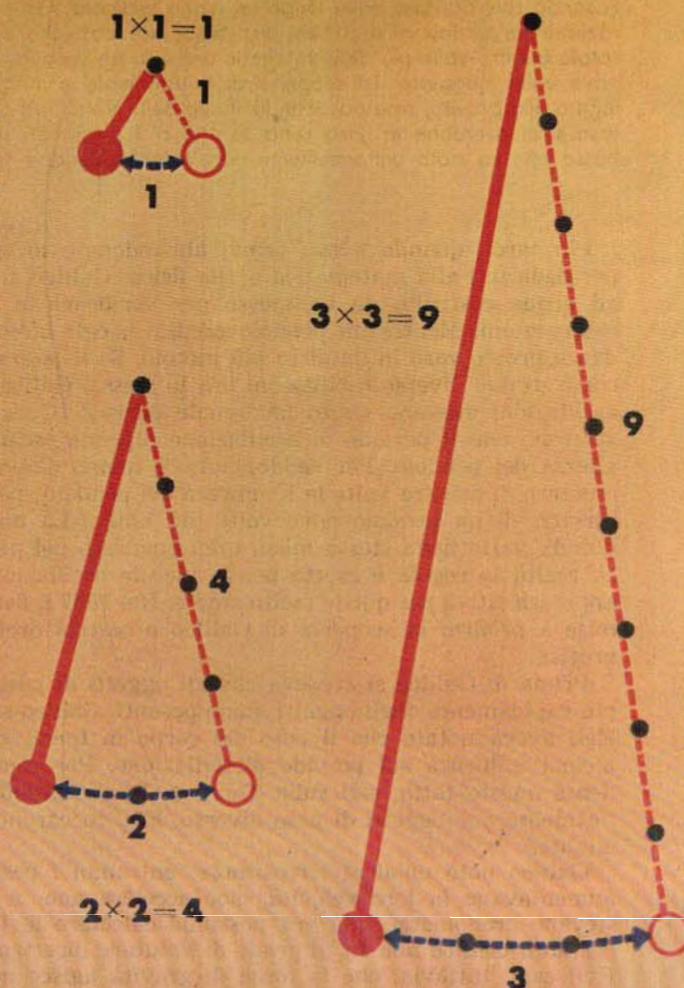
Nell'epoca delle grandi scoperte, quando le navi solcavano i mari di tutto il mondo, l'esigenza di poter calcolare con esattezza i minuti e i secondi fu avvertita con crescente intensità. Gli orologi a contrappeso, che già da quattro secoli erano installati nelle chiese e nei monasteri, non rispondevano a questo scopo più degli orologi a candela, delle meridiane e delle clessidre in uso nel mondo antico.

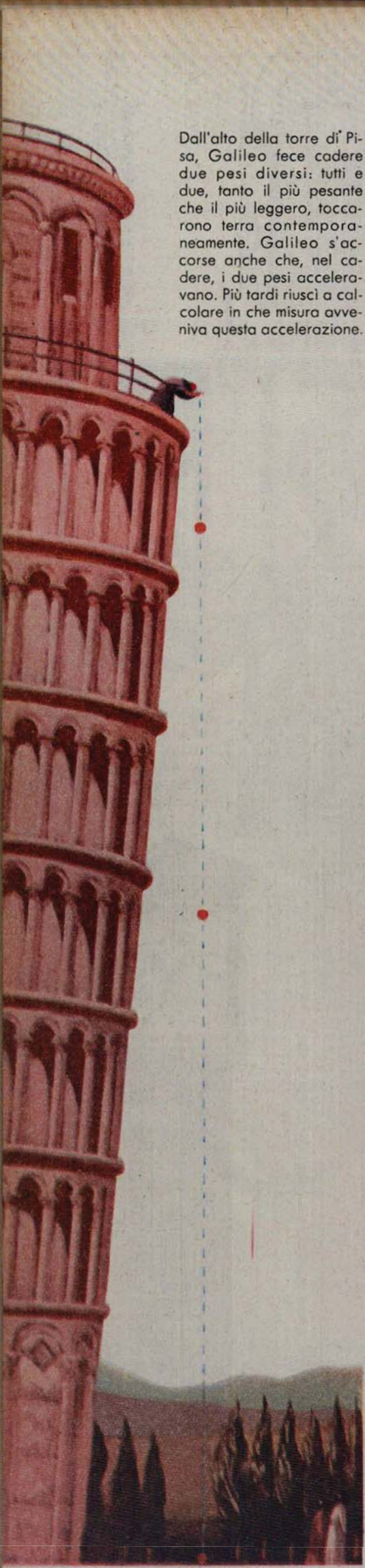
Il primo sistema per misurare esattamente piccoli intervalli di tempo fu scoperto nel 1583, quando Galileo, un giovane studente di medicina italiano, si fermò a osservare una lampada che dondolava nella cattedrale di Pisa. Controllando il movimento con il battito del proprio polso, Galileo scoprì che tutte le oscillazioni, sia quelle ampie sia quelle brevi, prendevano lo stesso intervallo di tempo.



Alle meridiane e alle clessidre, sulle quali si era basato il mondo antico per misurare il tempo, il Medioevo aveva aggiunto orologi a contrappeso.

L'epoca delle grandi scoperte chiedeva strumenti, per il controllo del tempo, più precisi dei rozzi orologi a contrappeso installati nel Medioevo nelle chiese e nei monasteri. Fu Galileo Galilei, un giovane studente di medicina italiano, a scoprire il primo sistema per l'accurata misura dei piccoli intervalli di tempo: osservando il dondolio di una lampada nella cattedrale di Pisa (nella tavola a sinistra) ne controllò il movimento con il battito del suo polso. Egli s'accorse così che tutte le oscillazioni avvenivano nel medesimo intervallo di tempo. In seguito a una serie di esperimenti, concluse che il periodo di oscillazione di un pendolo dipende dalla lunghezza del pendolo stesso, come è indicato dai disegni qui a destra: la lunghezza del pendolo dipende dal quadrato del periodo di oscillazione.





Dall'alto della torre di Pisa, Galileo fece cadere due pesi diversi: tutti e due, tanto il più pesante che il più leggero, toccarono terra contemporaneamente. Galileo s'accorse anche che, nel cadere, i due pesi acceleravano. Più tardi riuscì a calcolare in che misura avveniva questa accelerazione.



Facendo rotolare una palla lungo un piano inclinato, Galileo ne calcolò l'accelerazione servendosi di una clessidra. S'accorse così che in due secondi la palla rotola quattro volte più distante che in uno e in tre secondi rotola per una distanza nove volte maggiore. La scoperta di questo moto « uniformemente accelerato », legato alla gravità, rese possibile lo studio della traiettoria di una palla di cannone: essa si muoverebbe in linea retta se non ci fosse la gravità a spingerla verso il basso con un moto uniformemente accelerato, facendole tracciare una parabola.

Più tardi, quando aveva ormai abbandonato lo studio della medicina per dedicarsi alla matematica e alla fisica, Galileo si servì di un orologio ad acqua costruito da lui stesso per verificare la validità delle prime osservazioni. Mentre un pendolo oscillava, egli faceva gocciolare l'acqua da un grosso vaso in un altro più piccolo. Se il peso dell'acqua caduta nel corso di due diverse oscillazioni era lo stesso, Galileo ne deduceva che le oscillazioni avevano avuto un uguale periodo. Questi esperimenti dimostrarono che il periodo di oscillazione dipende esclusivamente dalla lunghezza del pendolo. Per raddoppiare il tempo d'oscillazione bisogna aumentare di quattro volte la lunghezza del pendolo; per triplicarlo, bisogna servirsi di un pendolo nove volte più lungo. La lunghezza del pendolo, quindi, varia nella stessa misura del quadrato del periodo di oscillazione. In realtà la regola è esatta per le piccole oscillazioni mentre è soltanto approssimativa per quelle molto ampie. Nel 1657 il fisico olandese Huygens mise a profitto la scoperta di Galileo e costruì orologi a pendolo molto precisi.

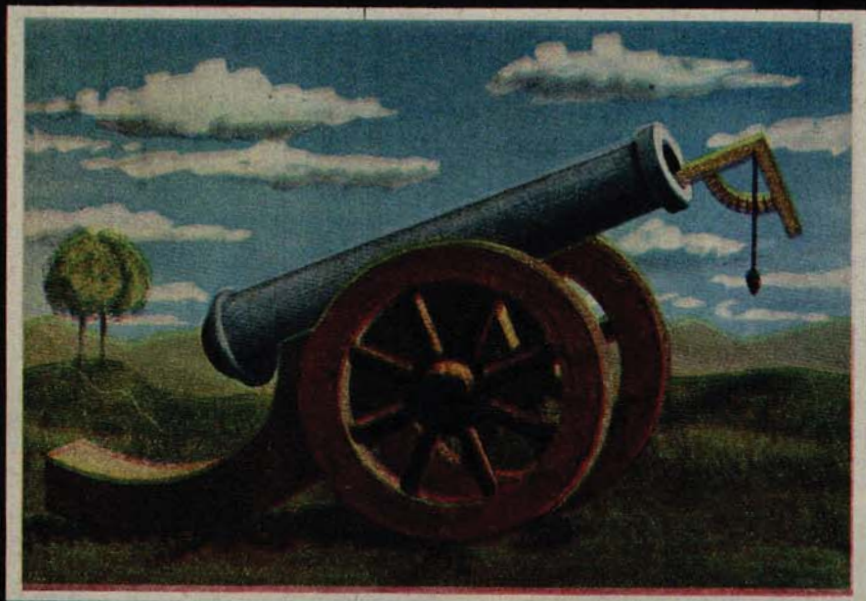
Prima di Galileo si credeva che gli oggetti di peso maggiore cadessero più rapidamente degli oggetti meno pesanti. Galileo smentì quest'opinione. Egli aveva notato che il peso del corpo in fondo al pendolo non aveva alcuna influenza sul periodo d'oscillazione. Per rendere ancora più evidente questo fatto, salì sulla Torre di Pisa e lasciò cadere contemporaneamente due oggetti di peso diverso. Essi toccarono il suolo nello stesso istante.

Galileo notò un'altra circostanza: entrambi i pesi, durante la caduta, aumentavano la loro velocità, cioè acceleravano. A quel tempo non esistevano cronometri, non era possibile calcolare le frazioni di secondo e pertanto Galileo non fu in grado di valutare direttamente l'accelerazione. Egli capì, tuttavia, che la forza di gravità agisce non solo su una palla che cade nel vuoto ma anche su quella che rotola lungo un piano inclinato,

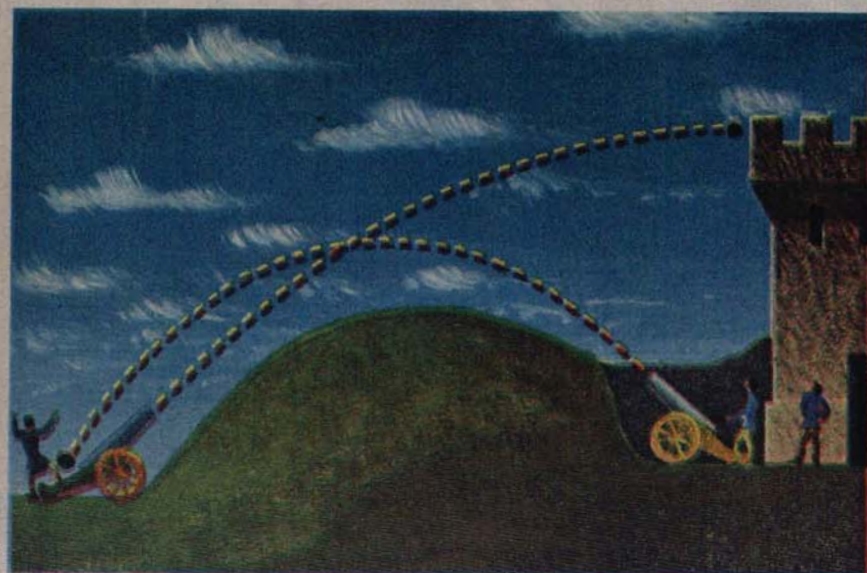
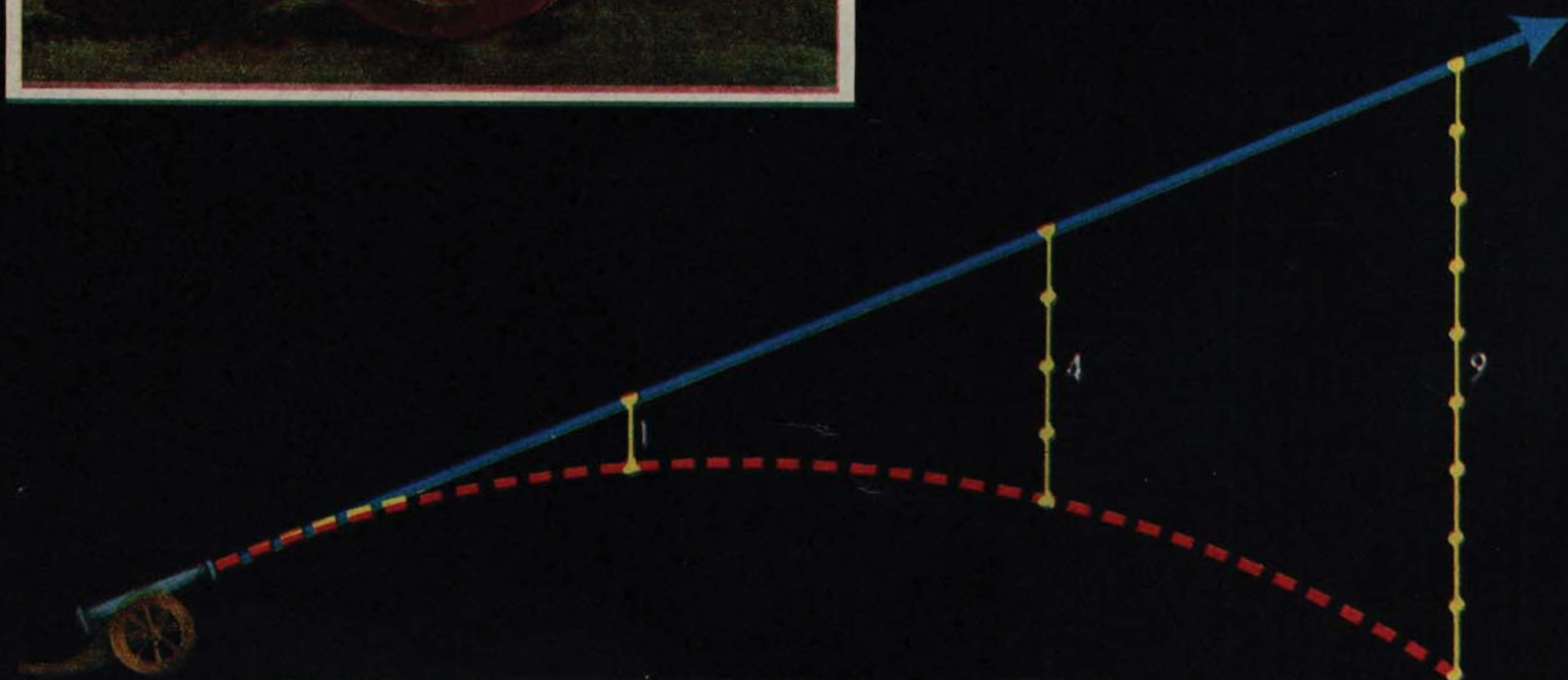




L'avvento del cannone rivoluzionò i metodi e i criteri della condotta bellica. Forti che un tempo potevano considerarsi imprendibili, divennero facili bersagli della nuova arma.



Il XVI secolo applicò la matematica alla balistica. Prima di Galileo i matematici avevano tentato senza successo di stabilire le regole per determinare l'elevazione della bocca da fuoco, una volta conosciuta la distanza del bersaglio. Un calcolo del genere fu possibile soltanto quando fu stabilito il modo in cui la forza di gravità influisce sulla traiettoria del proiettile.



Una volta scoperte le regole per determinare la traiettoria di un proiettile, gli ingegneri militari poterono progettare nuovi tipi di fortificazioni, capaci di resistere agli assalti del cannone. Alle antiche fortezze, situate sulle colline, si sostituirono nuovi tipi di fortini, notevolmente più bassi e protetti da spessi terrapieni, che rendevano agli attaccanti molto più difficile colpire il bersaglio.

con la differenza che quest'ultimo ne rallenta la velocità. Egli fece rotolare una sfera lungo un piano inclinato e controllò il tempo con lo stesso sistema che aveva adottato per il pendolo. Risultò che in due secondi la sfera compie un percorso quattro volte maggiore che in uno, mentre in tre secondi rotola lungo una distanza nove volte maggiore. La lunghezza del percorso, quindi, varia col quadrato del tempo.

Questa scoperta rese possibile lo studio della traiettoria che compie una palla di cannone attraverso l'aria: essa si muoverebbe in linea retta, dopo aver abbandonato la bocca del cannone, se non ci fosse la forza di gravità ad attirarla verso il basso con moto uniformemente accelerato. È questa la ragione per cui il proiettile traccia una linea curva, detta parabola.

Prima di Galileo i matematici avevano tentato senza successo di fornire agli artiglieri un metodo per determinare la giusta elevazione della bocca da fuoco, una volta conosciuta la distanza dell'obiettivo. La soluzione del problema fu possibile soltanto quando si seppe in che modo la forza di gravità agisce sulla traiettoria di un proiettile.

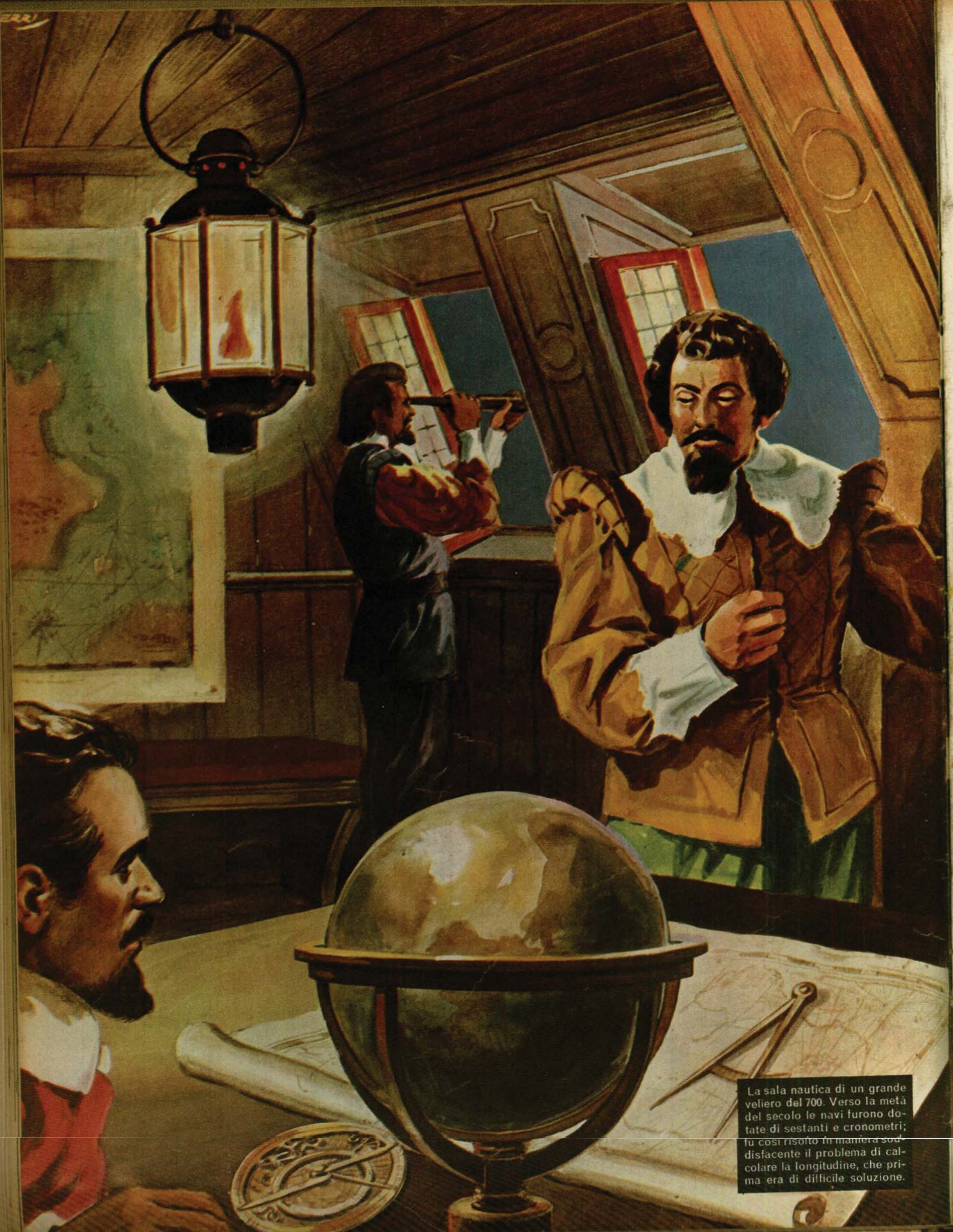
Durante il XVII secolo gli ingegneri militari progettarono nuovi tipi di fortificazioni, capaci di resistere agli attacchi delle artiglierie. Alle antiche fortezze costruite sulle colline, che permettevano ai difensori di sparare verso il basso, direttamente sugli attaccanti, furono sostituite fortezze basse e protette da terrapieni, in modo da offrire agli attaccanti un bersaglio molto difficile, mentre i difensori, con i cannoni piazzati dietro il terrapieno, potevano sfruttare la parabola dei proiettili per colpire il nemico con la stessa efficacia che se si fossero trovati su un'altura.

(4 - Continua)

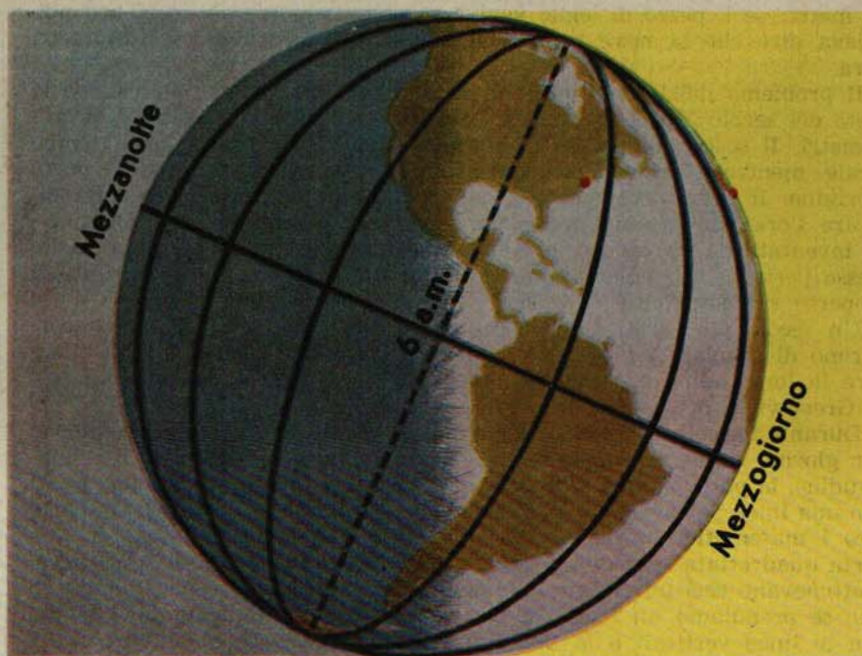
Lancelot Hogben

L'era dell'energia





La sala nautica di un grande veliero del 700. Verso la metà del secolo le navi furono dotate di sestanti e cronometri; fu così risolto in maniera soddisfacente il problema di calcolare la longitudine, che prima era di difficile soluzione.

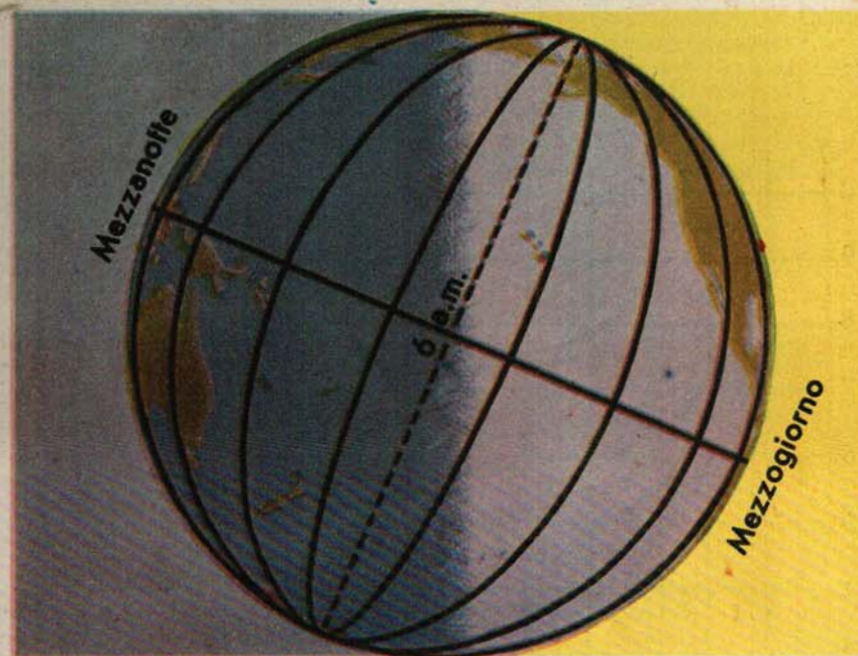


I geografi hanno diviso la Terra in 360° di longitudine, 180° per l'emisfero orientale e 180° per quello occidentale. Poiché la rotazione terrestre si compie in 24 ore, ossia 1440 minuti, la differenza di tempo fra un grado e l'altro è di 4 minuti.

La longitudine

Il problema di trovare la longitudine è collegato con il movimento di quell'enorme sfera che è la Terra. Il nostro pianeta compie ogni giorno un giro completo su se stesso, da Ovest ad Est. Durante questa rotazione c'è una parte di Terra che passa dal giorno alla notte e un'altra parte che passa dalla notte al giorno. Quando in un punto è mezzogiorno, vuol dire che ad Est di questa località il mezzogiorno è già passato mentre ad Ovest deve ancora giungere.

I geografi dividono la Terra in 360 gradi di longitudine (180° per l'emisfero orientale e 180° per l'occidentale). Poiché un giorno è di 24 ore, cioè 1440 minuti, la differenza di tempo per ogni grado è di 4 minuti (infatti 1440 diviso 360 dà 4). In questo modo, se conosciamo il nostro tempo locale e il tempo corrispondente di un altro luogo, ci è possibile trovare la distanza in longitudine fra i due luoghi. Se sono le 12 a Londra e le 7 nel luogo in cui ci troviamo, vuol dire che il nostro tempo locale precede di 300 minuti quello di Londra. Di conseguenza ci troviamo a

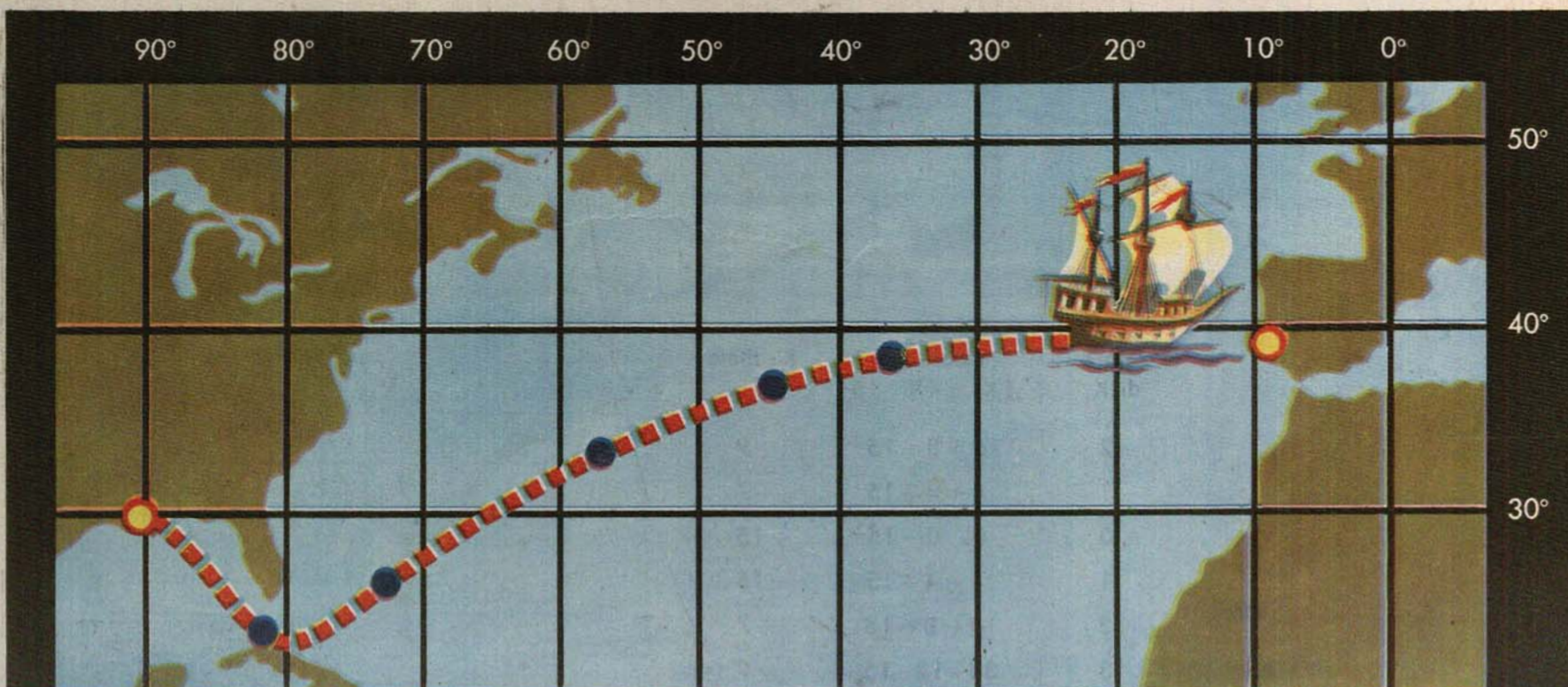


Per poter determinare la longitudine in gradi della propria nave rispetto a un punto determinato, un capitano deve conoscere tanto il tempo locale che il tempo corrispondente dell'altro punto, farne la differenza in minuti e dividere per 4.

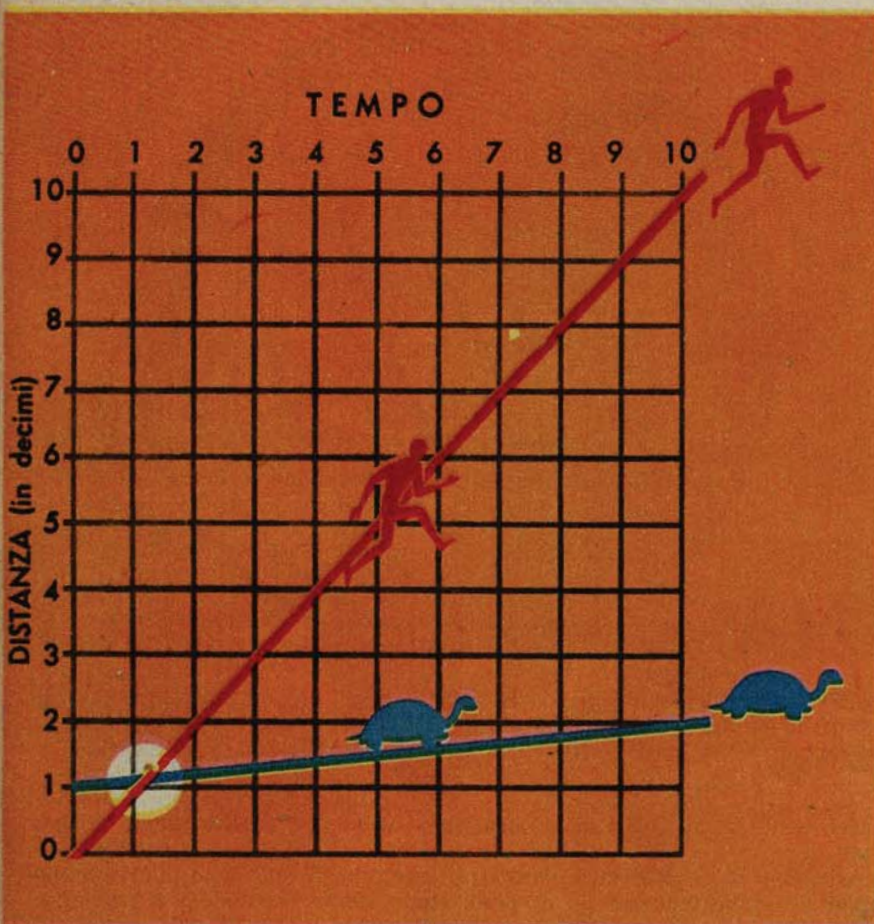
$300:4$, ossia 75° ad Ovest di Londra, che è all'incirca la longitudine di New York.

Al tempo di Cristoforo Colombo, il capitano di una nave poteva stabilire approssimativamente il proprio tempo locale servendosi di un astrolabio. Però non gli era facile stabilire il tempo locale di un altro luogo: l'almanacco nautico gli diceva l'ora in cui nel suo porto d'origine si sarebbe verificata un'eclissi di Luna o la sparizione di un pianeta dietro il disco del nostro satellite. Perciò, per confrontare il tempo locale del fenomeno con quello del suo porto d'origine, egli doveva attendere che il fenomeno si verificasse. Le eclissi di Luna o le occultazioni dei pianeti, però, non si danno troppo di frequente e spesso ci volevano molte settimane prima che gli antichi navigatori potessero essere sicuri della propria posizione.

In attesa che si verificassero simili eventi, i capitani dovevano ricorrere a mezzi di fortuna per potersi orientare durante la navigazione. Cristoforo Colombo, per esempio, ricorreva a un sistema ingegnoso per determinare la velocità della sua nave. Dopo aver stabilito approssimativamente la propria direzione con l'aiuto di una bussola, gettava a prua un pezzo di legno o un barilotto. Egli sapeva che la nave era lunga



Durante i secoli XVI e XVII i navigatori segnavano giorno per giorno, sulla carta geografica, la posizione della loro nave. Congiungendo i vari punti con una linea, essi avevano il tracciato approssimativo della rotta percorsa. Le carte non avevano raggiunto l'attuale perfezione.



Su un foglio di carta quadrettata segniamo il tempo in orizzontale e la distanza in verticale. Possiamo così descrivere la corsa di Achille con la tartaruga. Una retta mostra donde Achille parte e la sua velocità, l'altra si riferisce alla tartaruga. Il loro punto d'incontro indica il tempo e il luogo dove Achille supera la tartaruga.

17 metri: se il pezzo di legno veniva sorpassato, poniamo, in 10 secondi, voleva dire che la nave stava viaggiando a poco più di sei chilometri l'ora.

Il problema della longitudine è stato risolto pienamente solo verso la metà del secolo XVIII, quando le navi furono dotate di sestanti e di cronometri. Il sestante permise di stabilire con grande precisione il tempo locale, mentre il cronometro continuava a registrare il tempo del porto d'origine. Il primo cronometro, vale a dire un orologio capace di registrare l'ora con grande precisione durante un lungo viaggio in mare, fu inventato da un carpentiere autodidatta inglese, John Harrison, nello stesso periodo in cui Beniamino Franklin stava effettuando le sue grandi scoperte sull'elettricità.

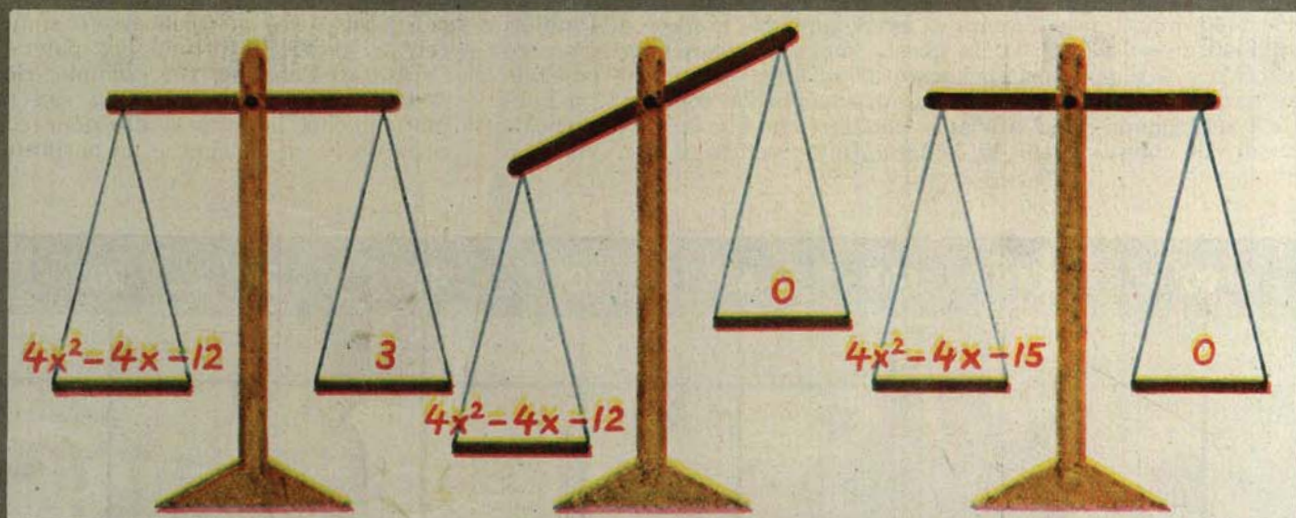
Un secolo più tardi, nell'Ottocento, tutte le nazioni marinare concordarono di regolare i propri cronometri sull'ora di Greenwich e di misurare la longitudine partendo dal meridiano che attraversa l'osservatorio di Greenwich, presso Londra.

Durante i secoli XVI e XVII i navigatori cominciarono a segnare giorno per giorno, sulle carte geografiche che indicavano la latitudine e la longitudine, la posizione della propria nave. Bastava congiungere i vari punti con una linea per avere un'idea complessiva della rotta percorsa. Da parte loro i matematici cominciarono a ricorrere alla stessa tecnica: su una carta quadrettata segnavano per mezzo di punti le traiettorie e le curve, e ottenevano così un disegno che oggi chiamiamo diagramma. Per esempio, se prendiamo un foglio di carta quadrettata e indichiamo il tempo con le linee verticali e la distanza con le orizzontali, possiamo descrivere, mediante una successione di punti, la corsa di Achille e della tartaruga. Otteniamo così una retta che indica il percorso di Achille e la sua velocità e un'altra che registra il movimento della tartaruga. Il punto in cui le due rette si incontrano dà il luogo e il tempo in cui Achille raggiunge la tartaruga.

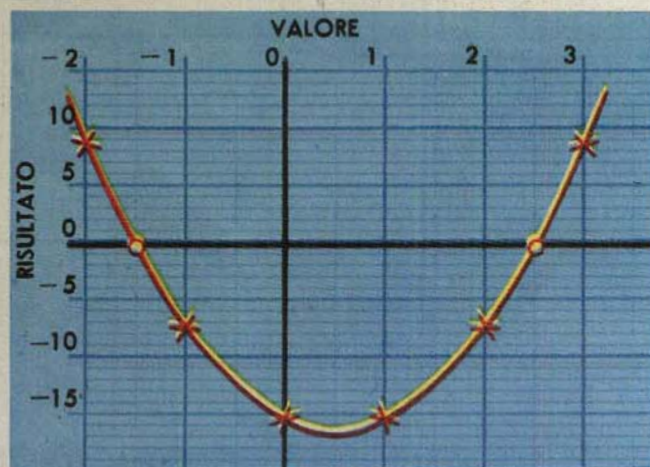
Il primo che capì con chiarezza l'utilità di tali diagrammi fu Renato Descartes (Cartesio), il grande matematico francese vissuto nel XVII secolo. Egli fu anche uno dei primi matematici a scrivere equazioni con le lettere e i segni che adoperiamo oggi, stabilendo così legami più stretti fra l'algebra e la geometria e riuscendo a disegnare certe figure geometriche con l'aiuto dell'algebra.

I Greci antichi avevano studiato soltanto le curve che si possono disegnare con il compasso e la riga. Descartes sostenne che ogni linea curva è degna di studio, a patto che si possa stabilire la regola per disegnarla. Se ci affidassimo soltanto al compasso e alla riga non potremmo mai

Il primo a rendersi pienamente conto dell'utilità dei grafici in matematica fu Descartes. Con un semplice esempio dell'uso che si può farne, mostriamo come ci si comporta per ricercare x , quando $4x^2 - 4x - 12 = 3$. Un'espressione di questo genere afferma che le due quantità, poste da una parte e dall'altra del segno $=$, si equivalgono, per cui la chiamiamo equazione. Come primo passo per ottenere la soluzione è uso rendere uno dei due membri uguale a zero. Ma per mantenere l'equivalenza dobbiamo togliere o aggiungere una stessa quantità ad ambedue i membri. Perciò toglieremo 3 sia dall'uno che dall'altro membro, ottenendo $4x^2 - 4x - 15 = 0$. Ora si tratta di ricercare il valore di x per tentativi, stabilendo una tabella che ci dia i valori del membro sinistro dell'equazione al variare di x . Se scegliamo numeri interi per i valori di x , troviamo che nessuno di essi dà per risultato il valore richiesto, cioè zero. Ma se segniamo su un grafico, per punti, i valori che l'espressione $4x^2 - 4x - 15$ assume per i valori di x uguali a $-2, -1, 0, 1, 2, 3$, ecc., otteniamo, congiungendo i punti tra di loro, una curva analoga alla carena di una nave. La curva incontra lo zero in due punti, che sono $2\frac{1}{2}$ e $-1\frac{1}{2}$. Questo significa che vi sono due valori di x , i quali risolvono l'equazione che ci eravamo proposta.

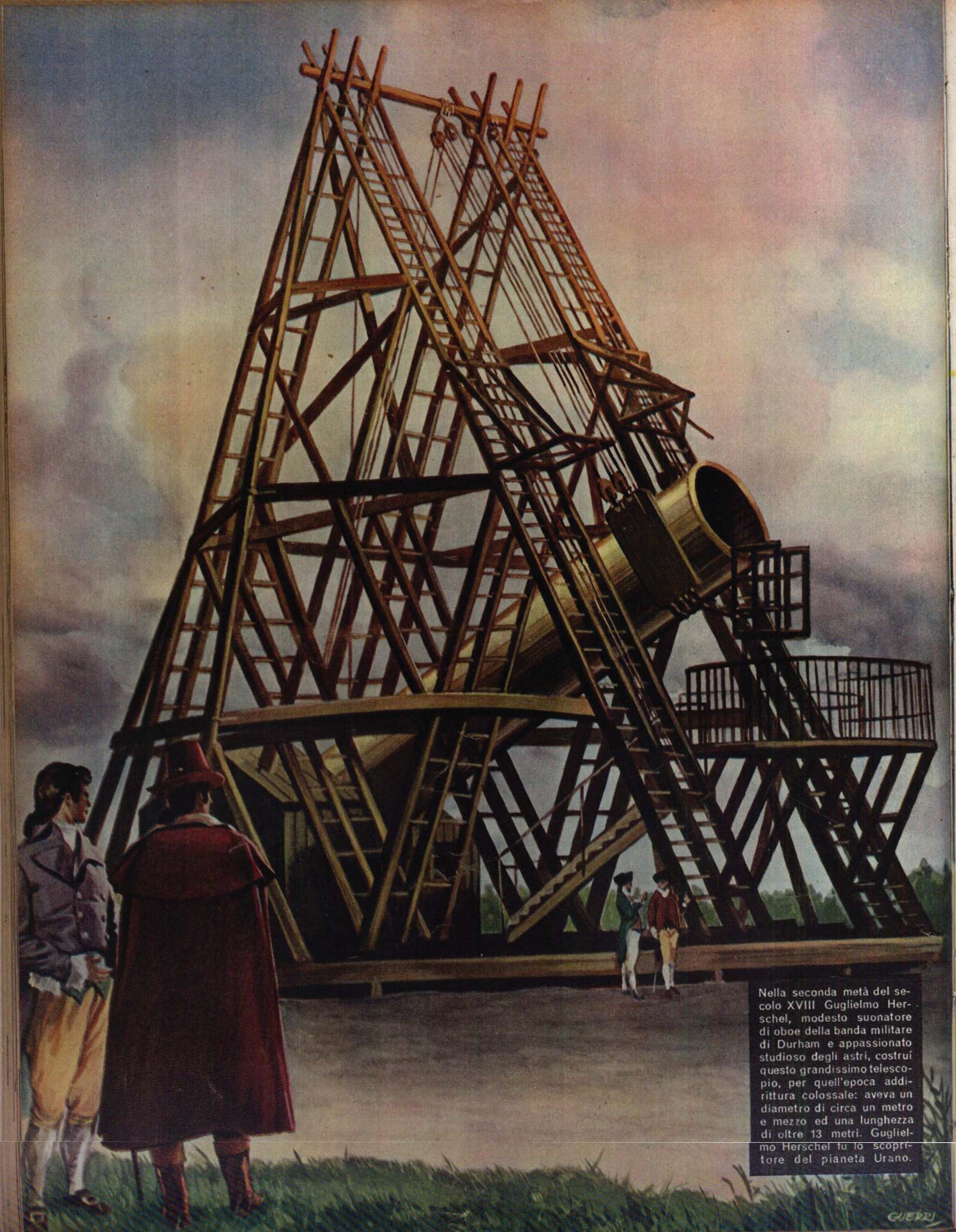


Valore di X	Valore di $4X^2 - 4X - 15$	Risultato
-2	$16 + 8 - 15$	9
-1	$4 + 4 - 15$	-7
0	$0 - 0 - 15$	-15
1	$4 - 4 - 15$	-15
2	$16 - 8 - 15$	-7
3	$36 - 12 - 15$	9



All'epoca di Newton furono fondate accademie scientifiche in tutta Europa. Lo scambio di informazioni tra gli scienziati assunse un ritmo mai conosciuto prima e fu alla base dei grandiosi progressi compiuti dalla scienza in questo periodo.





Nella seconda metà del secolo XVIII Guglielmo Herschel, modesto suonatore di oboe della banda militare di Durham e appassionato studioso degli astri, costruì questo grandissimo telescopio, per quell'epoca addirittura colossale: aveva un diametro di circa un metro e mezzo ed una lunghezza di oltre 13 metri. Guglielmo Herschel fu lo scopritore del pianeta Urano.

disegnare una parabola. Tuttavia lo studio di questa linea curva, che corrisponde alla traiettoria di un proiettile di cannone, è senza dubbio di un'enorme importanza, se è vero che più d'una volta l'artiglieria ha deciso le sorti di una nazione. Servendosi dei suoi diagrammi, Descartes riuscì a stabilire una regola per disegnare le parabole.

Gli scienziati del suo tempo avevano cominciato a prestare grande attenzione allo studio di un'altra curva, l'ellisse. Gli astronomi greci avevano ritenuto (fatte poche eccezioni, come Aristarco e Filolao) che il Sole si muovesse intorno alla Terra. L'Europa accettò questa credenza fino al 1540, quando Copernico, il grande astronomo polacco, fece rivivere la teoria di Aristarco secondo la quale i pianeti girano intorno al Sole. Nei successivi cent'anni questa teoria fu ampiamente confermata da altri astronomi, fra i quali Ticho Brahe, Keplero e Galileo. Keplero scoprì anche che l'orbita di un pianeta attorno al Sole non è un cerchio ma un'ellisse, una figura che si può disegnare, con l'aiuto di una cordicella floscia assicurata alle estremità a due perni fissi.

In un'epoca in cui la navigazione marittima dipendeva più che mai dal lavoro degli astronomi la geometria di Descartes permise di tracciare un'ellisse su un diagramma. Isacco Newton, il più grande scienziato e matematico vissuto nell'età delle grandi scoperte, dette un ordine sistematico alle osservazioni e ai ragionamenti degli scienziati che lo avevano preceduto. I movimenti del Sole, della Luna e delle stelle erano stati studiati dai tempi più antichi. Newton, però, fu il primo a saperne dare una spiegazione soddisfacente. Keplero aveva scoperto che i pianeti si muovono intorno al Sole tracciando delle ellissi, ma non aveva saputo dirne il perché. Galileo aveva capito che la forza di gravità può darci la spiegazione della traiettoria di una palla di cannone, ma non immaginò che la stessa forza potesse spiegare l'orbita dei pianeti.

Prima che Newton formulasse la sua teoria, le conoscenze scientifiche avevano fatto un notevole passo in avanti per merito di un'importante invenzione, la pompa a vuoto, la quale permise di studiare la caduta dei corpi nel vuoto, rendendo possibile la raccolta di dati più precisi sulla forza di gravità. Ragionando sul modo di tracciare la traiettoria di una palla di cannone in base a quel che sappiamo sul comportamento dei corpi durante la caduta, Descartes aveva stabilito la regola che ogni corpo in movimento continua a seguire un percorso in linea retta fino al momento in cui non intervenga una forza estranea a fermarlo o a mutarne la direzione. Perciò il problema che si trovava ad affrontare Newton era di spiegare perché i pianeti si muovono secondo una curva chiusa anziché una linea retta. Egli trovò la soluzione ammettendo che la forza di gravità agisca nell'universo secondo le stesse leggi che si riscontrano sulla Terra: come la massa terrestre attira un peso verso il suo centro, così la massa del Sole attira verso il suo centro un pianeta. Se non ci fosse la gravità, tanto il proiettile del cannone quanto il pianeta seguirebbero una traiettoria rettilinea. È l'attrazione del Sole, pertanto, a determinare l'orbita di un pianeta. Newton dimostrò che la velocità del pianeta e l'attrazione solare concorrono insieme a trattenere il pianeta nella curva chiusa dell'orbita planetaria.

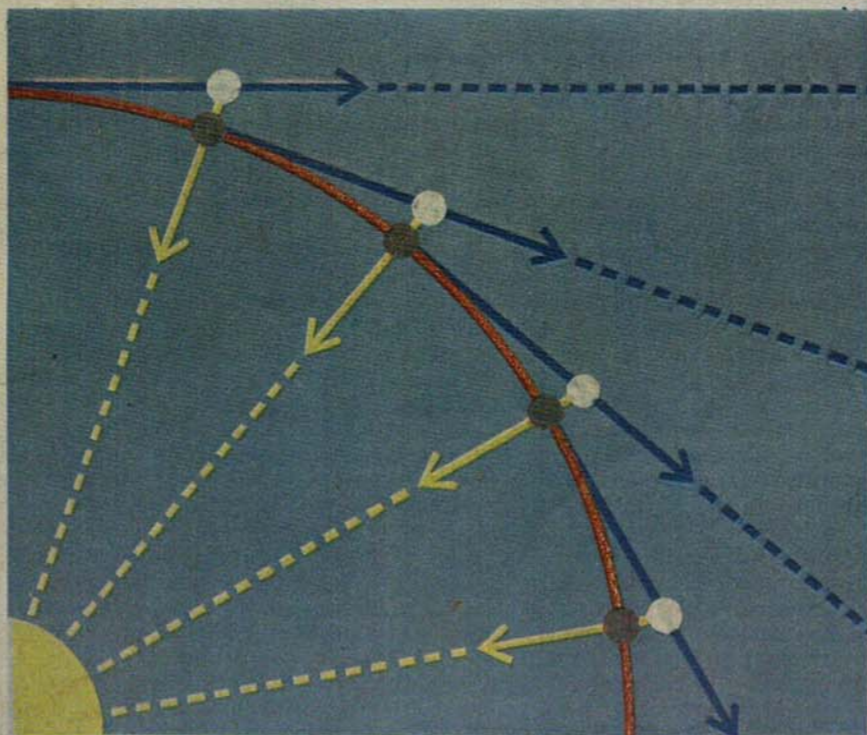
L'invenzione del telescopio contribuì allo straordinario progresso compiuto dall'astronomia al tempo di Galileo e di Newton. Sembra che il primo telescopio sia stato costruito nel 1608 da un impresario teatrale olandese,



Per ottenere il vuoto, uno dei primi tentativi fu di estrarre acqua con una pompa da una botte sigillata. Più tardi fu ideata la pompa pneumatica, più adatta allo scopo, che permise, tra l'altro, di studiare le leggi della caduta dei corpi nel vuoto.

Hans Lippershey. Il primo, però, a servirsene per lo studio della volta celeste fu Galileo. In un primo tempo i telescopi presentarono l'inconveniente di dare, dell'oggetto, un'immagine iridata. Alcuni astronomi tentarono di annullare questo difetto modificando la forma e la posizione delle lenti, altri invece provarono ad allungare opportunamente il telescopio. Fu Newton a scoprire la ragione dell'inconveniente: mentre investigava sulle proprietà della luce, scoprì che un raggio di Sole, nel momento in cui attraversa un prisma, si scompone in molti raggi variamente colorati. Evidentemente la luce, passando attraverso le lenti del telescopio di Galileo, si comportava come quando attraversa un prisma. Newton perciò studiò un nuovo telescopio, nel quale il raggio luminoso, invece di attraversare la lente dell'obiettivo, venisse riflesso da uno specchio concavo su uno specchio piatto e di qui proiettato nell'oculare, senza dover passare così attraverso le lenti.

Al tempo di Newton sorsero accademie scientifiche in tutta Europa e lo scambio di informazioni tra gli scienziati avveniva in misura molto più intensa di prima. Così accadde che due studiosi, partendo dalle medesime basi, effettuassero una stessa scoperta di carattere matematico, indipendentemente l'uno dall'altro e nello stesso tempo. Leibnitz in Germania e Newton in Inghilterra fondarono un nuovo, utilissimo sistema di calcolo, detto calcolo infinitesimale, che rivoluzionò tutti i rami della scienza legati all'industria moderna.



Se non esistesse la gravità, un pianeta dovrebbe muoversi in linea retta. L'attrazione esercitata dalla massa del Sole sposta invece il pianeta dalla traiettoria rettilinea, costringendolo a seguire, come mostra il disegno, una curva chiusa.



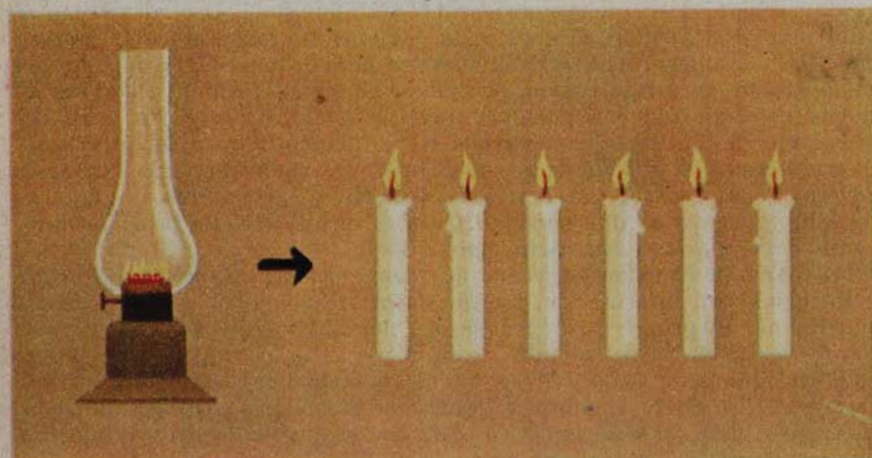
Newton scoprì che il prisma (e un po' anche una lente) scinde il raggio luminoso e scompone la luce bianca in una serie di raggi variamente colorati. Perciò studiò un telescopio di nuovo tipo, nel quale il raggio di luce proveniente dall'oggetto non attraversa la lente dell'obiettivo ma viene riflesso da uno specchio concavo e proiettato nell'oculare. In tal modo eliminò il difetto dell'immagine iridata che caratterizzava i telescopi di vecchio tipo, rendendo possibile una osservazione della volta celeste più adeguata alle esigenze degli astronomi.

Energia e precisione

Per migliaia d'anni l'uomo aveva costretto il vento a sospingere le sue navi. Per centinaia d'anni s'era servito della forza del vento e dell'acqua per far girare le pale dei mulini. Ancora al tempo di Newton e Leibnitz la maggior parte dei lavori veniva eseguita con la forza muscolare: per sollevare pesi, per trasportarli, per costruire edifici e fabbricare oggetti, si ricorreva ai muscoli dell'uomo. Si faceva sempre più urgente però la necessità di avere a disposizione altre fonti d'energia. Nell'Europa occidentale, e in particolare in Gran Bretagna, i minatori avevano scavato pozzi più profondi che mai, dove si accumulava una quantità d'acqua così grande che le pompe azionate dalla forza muscolare non erano più in grado di eliminarla. Alla fine del secolo XVII un francese, Denis Papin, e un inglese, Thomas Savery, riuscirono a costruire pompe rudimentali azionate dalla forza del vapore. Pochi anni dopo Thomas Newcomen costruì la prima macchina a vapore, applicandola al sollevamento d'acqua nelle miniere. A cinquant'anni di distanza James Watt munì questa macchina di un condensatore, mediante il quale si risparmiavano combustibile e calore. Watt inventò anche un sistema per far girare le ruote con l'ausilio di un motore a pistoni azionato dal vapore.

Durante il secolo che seguì, il modo di vivere del mondo occidentale fu rapidamente trasformato dalla forza del vapore. Dalle baracche di campagna, dove si trovava installata, l'industria si trasportò nelle grandi città che sorgevano nei pressi delle miniere di carbone, dove il combustibile per le macchine a vapore era abbondante e a buon mercato. Scuri fumaioi sostituirono a poco a poco le bianche vele sulle vie del mare. Si attenuò nelle grandi strade lo scalpito dei cavalli trascinati i cocchi e cominciarono a sferragliare treni e locomotive sulle strade ferrate.

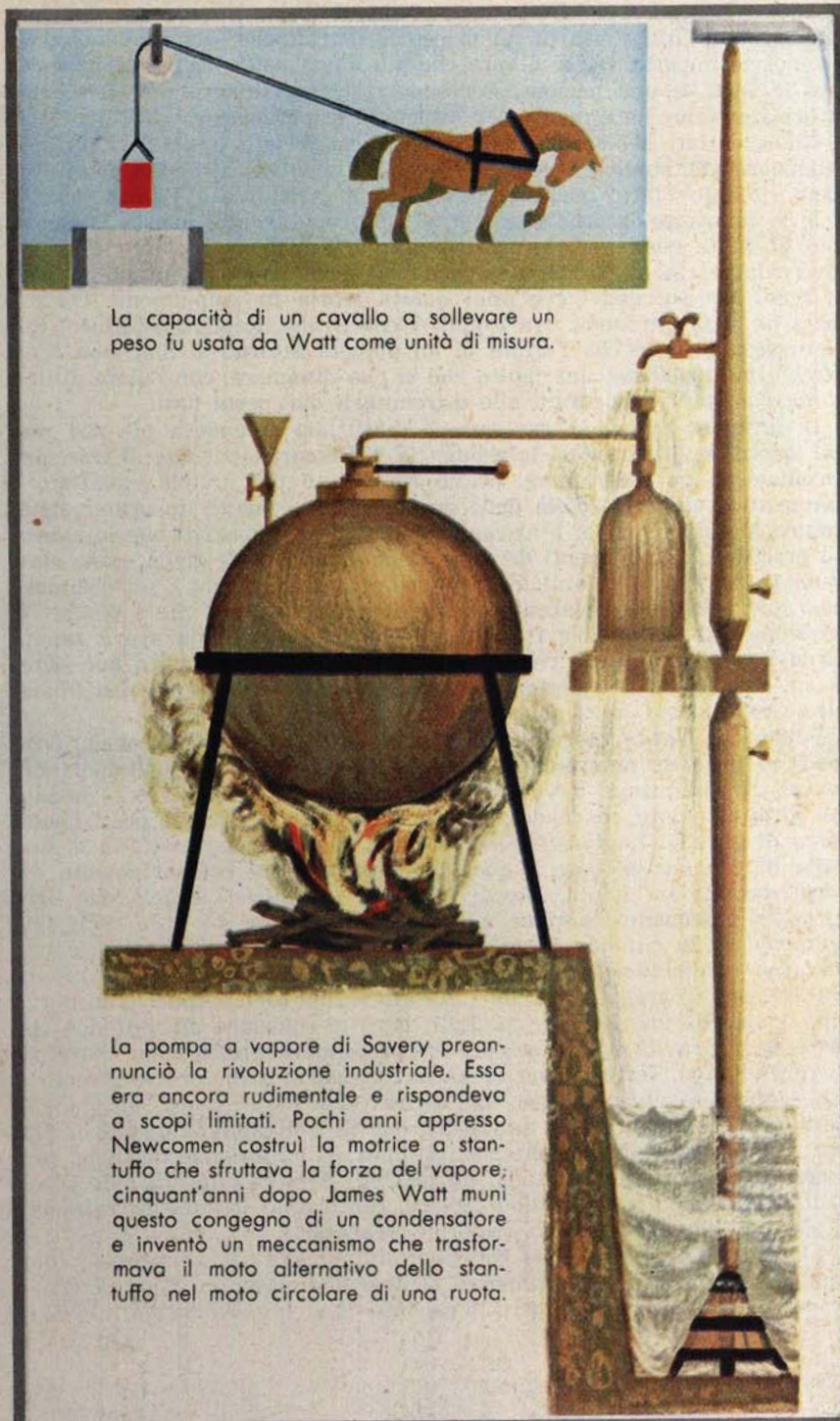
Il rapido sviluppo delle macchine a vapore fu dovuto, anche, all'abilità con la quale Watt e il suo socio in affari Boulton seppero convincere i clienti dell'utilità e dei vantaggi economici offerti dalle macchine di loro



L'intensità luminosa delle lampade elettriche fu misurata in candele, affinché si potesse fare il confronto con il vecchio sistema di illuminazione. Così le nuove unità di misura, per maggior chiarezza, si basarono su quelle precedentemente in uso.



La pressione del vapore si misura in chilogrammi per centimetro quadrato. Le invenzioni di Watt aprirono un'epoca di profonde trasformazioni. L'industria si sviluppò enormemente mutando l'intero modo di vivere del mondo occidentale.



La capacità di un cavallo a sollevare un peso fu usata da Watt come unità di misura.

La pompa a vapore di Savery preannunciò la rivoluzione industriale. Essa era ancora rudimentale e rispondeva a scopi limitati. Pochi anni appresso Newcomen costruì la motrice a stantuffo che sfruttava la forza del vapore; cinquant'anni dopo James Watt munì questo congegno di un condensatore e inventò un meccanismo che trasformava il moto alternativo dello stantuffo nel moto circolare di una ruota.

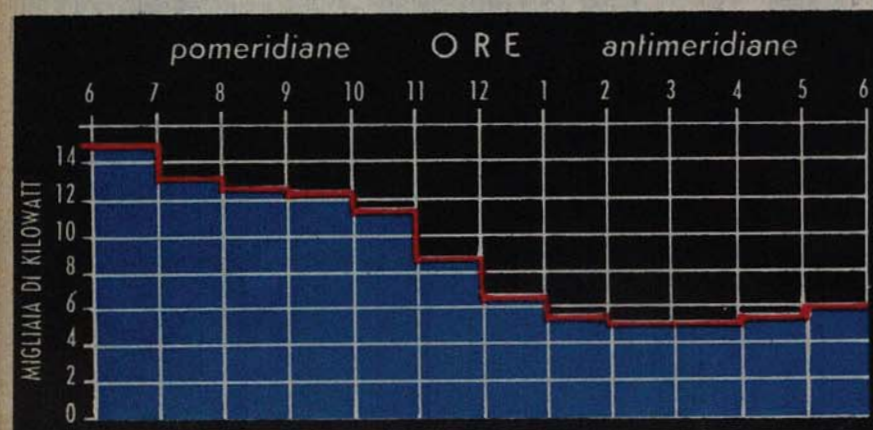
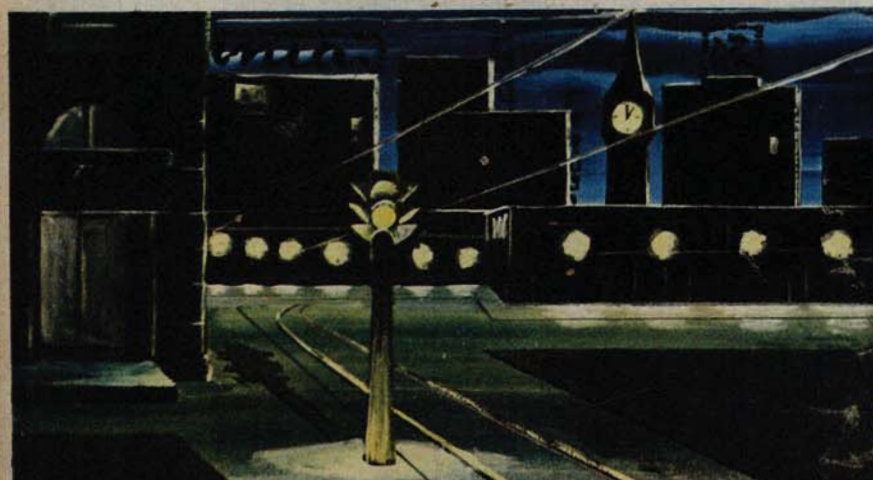
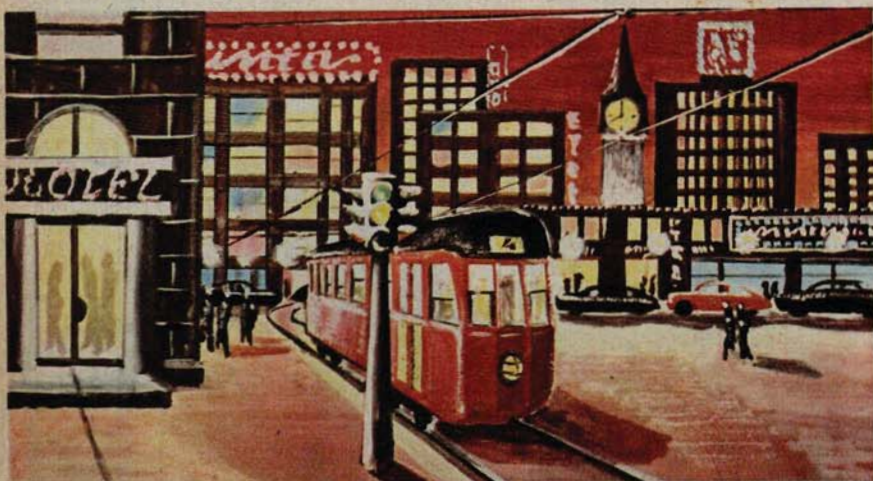
costruzione. Essi effettuarono degli esperimenti in base ai quali poterono stabilire che un cavallo abbastanza forte è capace di sollevare, in un minuto, un peso di 75 chili, assicurato a una carrucola, fino a un'altezza di 60 metri. Se una delle loro macchine sollevava in un minuto, alla stessa altezza, un peso dieci volte maggiore, essi dicevano che aveva una potenza di dieci « cavalli-vapore ». In questo modo il cliente aveva un preciso termine di paragone per valutare i vantaggi offertigli dalla macchina, in quanto poteva facilmente fare un confronto tra la spesa necessaria per il combustibile e quella richiesta dal mantenimento di dieci cavalli. Non è strano, perciò, che il « cavallo-vapore » sia diventato una misura di potenza proprio nel momento in cui l'importanza dei cavalli nell'industria andava rapidamente diminuendo. Le nuove unità di misura sono più facili da capire quando si basano su quelle vecchie, in uso da molto tempo. Quando, all'inizio dell'era industriale, le lampade ad olio e a gas sostituirono le candele, il loro potere illuminante fu espresso in candele, affinché fosse più facile fare il confronto con il vecchio sistema.

Al tempo di Watt, tutte le macchine a vapore lavoravano press'a poco alla stessa pressione e perciò bastava osservare le dimensioni dei cilindri per valutare la potenza di una macchina in « cavalli-vapore ». A poco a poco, però, si costruirono modelli di vario genere e si ricorse a speciali indicatori mediante i quali era possibile valutare la pressione prodotta dal vapore all'interno dei cilindri in chilogrammi per centimetro quadrato. Molte unità di misura che oggi sono entrate nell'uso comune, avrebbero messo nell'imbarazzo gli ingegneri e gli scienziati del tempo di Watt. Quando parliamo di « volt » e di « ampère » a proposito di elettricità o di calorie in riferimento alla termodinamica, ci serviamo di un linguaggio nato da poco e strettamente legato alle necessità di un'epoca in cui l'energia ha acquistato un'importanza di enorme rilievo.

Boulton e Watt, aprendo al mondo la strada per l'utilizzazione di energie sempre maggiori, dettero l'avvio all'epoca della produzione di massa.



Una volta scoperto il modo di utilizzare la forza del vapore, l'industria cominciò a trasferirsi dalle campagne nelle città. Fumanti ciminiere spuntarono tra i tetti delle case, mentre le locomotive cominciarono a sostituire le carrozze a cavalli.



A sera la grande città splende di mille luci. All'avvicinarsi dell'alba è pressoché al buio. Il consumo dell'energia subisce notevoli sbalzi da un'ora all'altra del giorno e le centrali elettriche debbono essere sempre in grado di fronteggiare i mutamenti che si verificano nella richiesta. A questo scopo sono utilissimi i grafici, dai quali si deduce la quantità di energia consumata in ciascun'ora del giorno.

Boulton scrisse a questo proposito: «Può capitare ch'io non abbia alcuna convenienza a produrre per tre sole contee, mentre avrei tutto da guadagnare a produrre per il mondo intero. Chi produce beni su vasta scala non può limitarsi a calcolare semplicemente le entrate e le uscite, i profitti o le perdite. Egli deve essere in grado di pianificare in anticipo la produzione e per raggiungere questo scopo bisogna che sappia rispondere a determinate domande di questo genere: la richiesta dei prodotti cambia a seconda delle stagioni? Dove si vendono meglio? Dove e come si possono aumentare le vendite?».

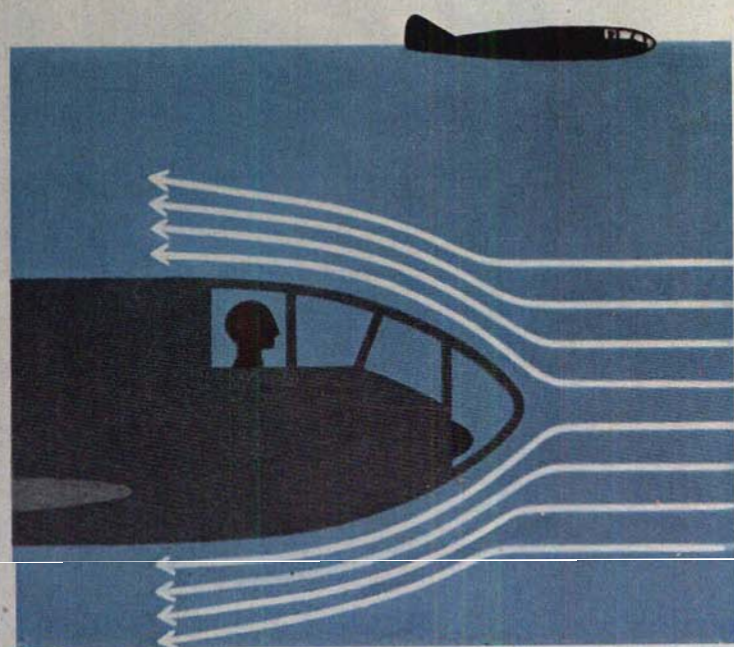
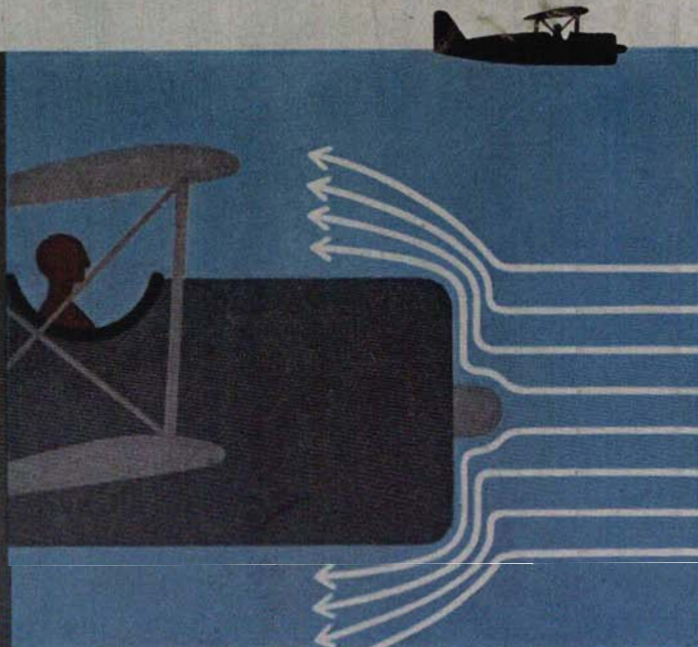
Spesso, per rispondere a tali domande, il produttore si serve di un complesso di informazioni che di solito vengono riassunte in forma di un semplice diagramma. Per esempio, in una centrale elettrica si può utilizzare un diagramma formato da varie colonne per registrare l'elettricità che si produce in un giorno. In un grafico di questo genere ogni colonna indicherebbe, con la sua altezza, la quantità d'energia prodotta in un'ora. Un esportatore, invece, può trovare utile ricorrere a un diagramma circolare, dove il cerchio nel suo insieme rappresenterebbe il complesso delle sue esportazioni e i singoli settori circolari starebbero a indicare le esportazioni nei diversi paesi. Ma il progresso che s'è compiuto nella registrazione dei dati e nella contabilità rappresenta soltanto un aspetto dell'epoca basata sull'intensa utilizzazione dell'energia. Più notevoli ancora, forse, sono i passi in avanti effettuati nella progettazione della forma delle macchine.

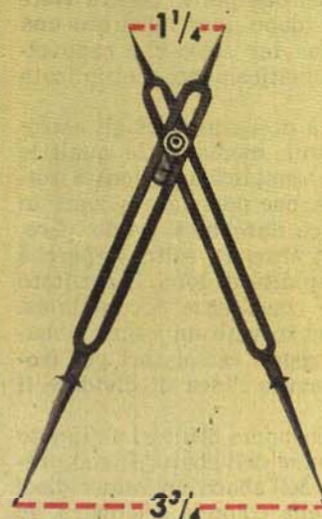
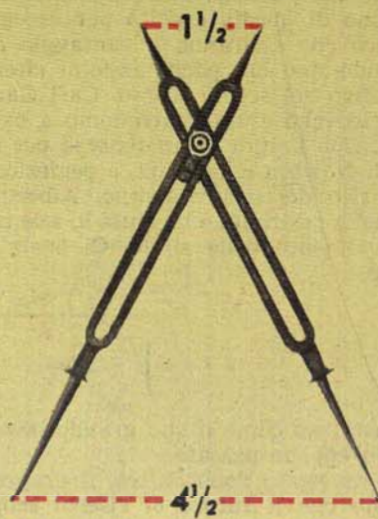
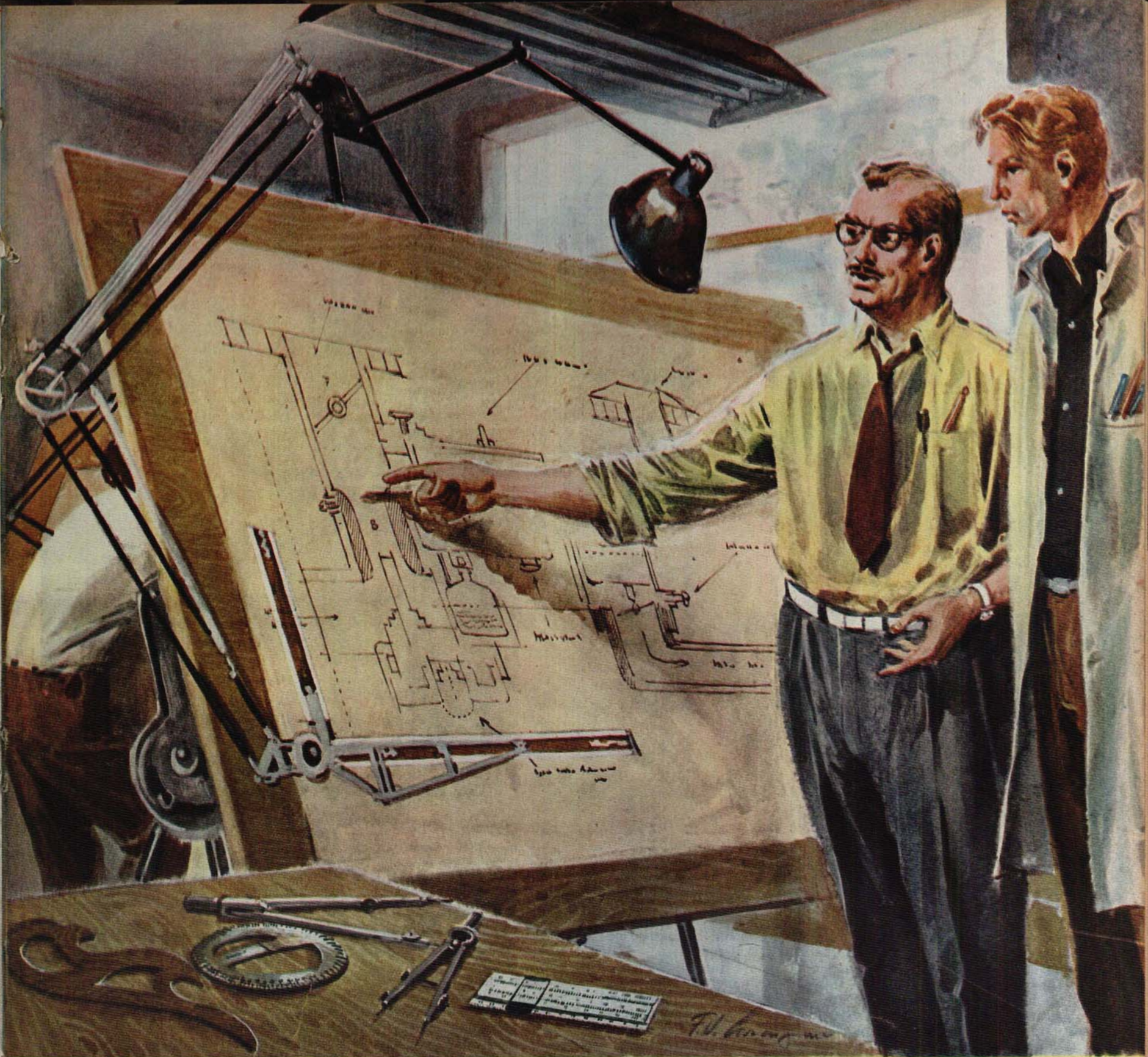
Ci basta paragonare la sagoma delle automobili o degli aeroplani di quarant'anni fa con i modelli odierni per constatare i progressi realizzati. È possibile che le nuove sagome non incontrino il nostro gusto, ma non possiamo fare a meno di riconoscere la loro maggiore funzionalità. La linea aerodinamica permette alla macchina moderna di raggiungere le alte velocità con il minimo dispendio di energia. Le nuove forme non sono un fenomeno della moda, bensì il risultato di tutto un lavoro di ricerca dei progettisti, i cui calcoli sono legati, a loro volta, al lavoro del matematico. Una recente pubblicazione sull'aerodinamica, la scienza che studia la resistenza opposta dall'atmosfera a un corpo in moto e la maniera di diminuire questa resistenza stessa, afferma: «La matematica è strumento di fondamentale importanza, ma i suoi risultati debbono essere di continuo controllati e integrati dalla ricerca sperimentale».

La matematica, perciò, è strettamente connessa con i problemi della vita reale, oggi come al tempo in cui i sacerdoti egizi progettavano le grandi piramidi. È probabile che occorra l'occhio esperto di un progettista per scoprire quale matematica stia nascosta e quasi implicita nella profilatura elegante di un moderno reattore, ma ci sono alcune strutture moderne che denunciano chiaramente la loro origine matematica, allo stesso modo delle antiche piramidi. Quando guardiamo, ad esempio, al progetto di un ponte sospeso, non ci riesce difficile riconoscere nel disegno le linee che avrebbe potuto disegnare Descartes. In fondo, un ponte non è altro che un diagramma d'acciaio.

Nel mondo odierno, dominato dalla velocità, i problemi sono molto più ardui che nell'antico Egitto, dove l'unità di tempo più breve era, nella maggior parte dei casi, l'ora. Naturalmente, a mano a mano che i problemi sono divenuti più difficili, anche la matematica ha assunto un carattere estremamente complicato. Tuttavia, per sua fortuna, il matematico d'oggi ha a propria disposizione mezzi che i suoi predecessori non si sarebbero neppure sognati. Un giovane disegnatore o uno studente d'ingegneria possono risolvere, con l'aiuto di strumenti abbastanza semplici, problemi che avrebbero messo in difficoltà i più colti matematici dell'antichità. Il regolo calcolatore, inventato nel 1621 da Oughtred, permette di trovare in pochi minuti l'area di un cerchio o la radice quadrata di un numero qualsiasi. Servendosi di un micrometro, è possibile misurare lo spessore di una lastra di metallo con l'approssimazione di un cinquemillesimo di centimetro. Il goniometro permette di misurare un angolo con maggior precisione di quanta ne ottenessero i sacerdoti egizi

Il grande cambiamento verificatosi nella forma delle automobili e degli aeroplani non è frutto della moda, non è il risultato di un capriccio, ma di apposite ricerche di matematica applicata. Il costruttore di automobili e di aerei deve tener conto del flusso dell'aria, per poter studiare linee che permettano alla macchina moderna di muoversi più rapidamente e con un minimo dispendio d'energia. Così è nata una nuova scienza, l'aerodinamica.





Con i mezzi moderni a sua disposizione il disegnatore risolve con estrema semplicità problemi che avrebbero messo nell'imbarazzo i più grandi matematici dell'antichità. I nuovi strumenti matematici evitano la fatica di lunghi calcoli e fanno risparmiare tempo. Per fare un elementarissimo esempio, per riprodurre un disegno in scala tre volte maggiore, un disegnatore del passato doveva misurare attentamente ogni linea e moltiplicarne la lunghezza per tre. Col compasso di proporzione, che vediamo qui a sinistra, il lavoro è invece facilitato: basta aggiustare il compasso in modo che la distanza fra le due punte inferiori sia tre volte maggiore della distanza fra le due punte superiori, per ottenere il disegno riprodotto in scala tre volte maggiore.



La calcolatrice elettronica, questo meraviglioso congegno che permette all'uomo di eseguire in pochi secondi calcoli che richiederebbero ore ed ore di applicazione da parte di esperti matematici, è fondata sullo stesso principio della base

fissa di numerazione che permise agli antichi di eseguire i loro calcoli con l'abaco. Mentre l'abaco aveva come base il numero dieci, la calcolatrice elettronica ha di solito la base due e può scrivere qualsiasi numero con l'aiuto di due soli segni.

nel disegnare un angolo retto. Il curvilineo rende possibile tracciare linee ignote alla geometria di Euclide, basata sulla riga e il compasso.

La forza del vapore e l'elettricità hanno liberato i muscoli dell'uomo da molti lavori duri, affaticanti. Allo stesso modo nuovi strumenti matematici hanno liberato la nostra mente dalla fatica di eseguire certi calcoli, permettendoci un notevole risparmio di tempo. Per riprodurre un disegno in scala tre volte maggiore dell'originale, un disegnatore d'altri tempi doveva misurare attentamente ogni linea e moltiplicarne la lunghezza per tre. Al disegnatore d'oggi basta regolare il suo compasso di proporzione in modo che la distanza tra le prime due punte sia tre volte maggiore della distanza tra le altre due punte: dopo aver misurato una certa lunghezza con le prime punte, non bisogna far altro che capovolgere il compasso per avere questa lunghezza automaticamente moltiplicata per tre.

Al tempo di Newton i matematici avevano già preparato per gli astronomi e per gli ingegneri le tavole dei logaritmi, mediante le quali le moltiplicazioni e le divisioni si trasformano in semplici addizioni e sottrazioni. Oggi ci sono le calcolatrici elettroniche, che possono risolvere in pochi secondi i più complessi problemi aritmetici. Sarebbe ingenuo, però, ritenere che noi siamo più intelligenti dei nostri antenati soltanto perché riusciamo ad eseguire i calcoli con maggiore rapidità di loro. Il risultato al quale siamo arrivati noi oggi è frutto delle conoscenze accumulate per generazioni e generazioni. Se nessuno avesse trovato un valore abbastanza approssimato del π , oggi non avremmo regoli calcolatori per trovare l'area di un cerchio e se nessuno avesse avuto l'idea di dividere il cerchio in gradi non avremmo il goniometro.

Anche quando usiamo la calcolatrice elettronica siamo debitori all'ignoto contabile orientale che adattò i numeri alle colonne dell'abaco. Il suo predecessore, lo scriba che dette ad ogni pallottola dell'abaco un valore dieci volte maggiore ogni volta che la si spostava nella colonna a sinistra, fu il primo a dare all'uomo comune un'idea chiara sull'uso d'una base di numerazione in matematica. Anche la calcolatrice elettronica si fonda su una base fissa che però non è dieci ma, generalmente, due. Con la base

dieci le varie cifre stanno a indicare, da destra a sinistra, le unità, le decine, le centinaia, le migliaia e così via. Con la base due, le cifre indicano le unità, i gruppi di due, i gruppi di quattro, i gruppi di otto, i gruppi di sedici, e via di seguito. Se ci serviamo della base due, possiamo scrivere qualsiasi numero con l'aiuto di soli due segni, il primo per indicare l'unità e l'altro per indicare lo zero. Ad esempio, possiamo servirci del segno + per l'uno e del segno - per lo zero. Tuttavia, qualsiasi altro gruppo di segni risponderebbe ugualmente allo scopo.

Tutti i sistemi moderni per eseguire calcoli sono il frutto del lavoro compiuto nel passato, ma è evidente che i matematici dell'era moderna si servono di questa eredità per escogitare nuovi strumenti di pensiero scientifico che andranno a vantaggio delle future generazioni.

Sfidando uno dei pochi assiomi ritenuti sicuri da Euclide, un grande matematico del secolo scorso, Carl Gauss, fondò tutto un nuovo sistema geometrico che aiuta l'astronomo a calcolare la distanza delle stelle più lontane. Con l'aiuto di un sistema per eseguire i calcoli formatosi fin dai tempi di Newton e Leibnitz, e perfezionatosi gradatamente, il più grande matematico del nostro tempo, Albert Einstein, elaborò la sua famosa teoria della relatività, che aiuta lo scienziato a studiare l'interno dell'atomo e il movimento delle stelle. Ci basta osservare una delle equazioni di Einstein

$$M_v = \frac{M_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

per constatare come il suo grande lavoro si sia basato su numeri e segni creati in epoche passate.

Così, un passo dopo l'altro, il progresso della matematica continua. È probabile che il futuro ci riserbi scoperte ancora più grandi, che non possiamo prevedere. Il cammino percorso dai giorni lontani del primo calendario lunare è enorme, ma l'uomo non ha intenzione di fermarsi.

(5 - FINE)

Lancelot Hogben